

Департамент образования администрации Владимирской области
ГАОУ ДПО ВО Владимирский институт развития образования
им. Л.И. Новиковой

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО
ФОРМИРОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ
ШКОЛЫ**

(по материалам регионального мониторинга формирования и оценки
функциональной грамотности 8-9 классах в 2022 году)

*Составитель: Е.И. Антонова,
заведующий кафедрой
естественно-математического образования
ГАОУДПО ВО ВИРО*

Владимир-2022

Исследования в области образования год за годом подтверждают, что российские учащиеся 15-летнего возраста (выпускники основной школы) показывают достаточный и высокий уровни в области предметных знаний, но у них возникают трудности во время переноса предметных знаний в ситуации, приближенные к жизненным реальностям, а также невысокий уровень овладения общеучебными умениями – поиска новых или альтернативных способов решения задач, проведения исследований или групповых проектов.

Данная причина в основном связана с особенностями организации учебного процесса в образовательных организациях, его ориентации на овладение предметными знаниями и умениями, решение типичных (стандартных задач), как правило, входящих в демоверсии или банки заданий ВПР, ОГЭ, ЕГЭ. Следует также отметить недостаточную подготовку учителей в области формирования функциональной математической грамотности (по данной тематике в 2021-2022 учебном году прошли обучение на курсах повышения квалификации ВПРО всего 208 учителей математики региона), а также отсутствие необходимых учебно-методических материалов по учебному предмету «Математика», направленных на формирование математической грамотности. Решить проблему повышения функциональной математической грамотности школьников можно только:

- при системных комплексных изменениях в учебной деятельности учащихся;
- переориентации системы образования на новые результаты, связанные с «навыками 21 века» – функциональной грамотностью учащихся и развитием позитивных стратегий поведения в различных ситуациях;
- подготовки учителей математики и повышение их профессиональной компетенции в области формирования математической грамотности школьников;
- издания учебно-методических материалов по учебному предмету «Математика», направленных на формирование математической грамотности.

Оценка математической подготовки 15-летних учащихся основана на следующем определении математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира».

Содержание данного понятия сведено к «функциональной грамотности», которая, по определению А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.

В определении математической грамотности особое внимание уделяется использованию математики для решения практических задач в различных контекстах.

Принятое определение математической грамотности в РФ повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к *реальным проблемным ситуациям*, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики (*размещены на электронной платформе РЭШ, варианты работ были использованы для проведения регионального мониторинга 16.02.2022*).

Основа организации исследования математической грамотности с использованием РЭШ включает три структурных компонента:

- контекст, в котором представлена проблема;
- содержание математического образования, которое используется в заданиях;
- мыслительная деятельность, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: *общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность*.

Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырем категориям: *пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные*, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями. Название каждой из этих категорий отражает специфику содержания заданий, относящихся к этой области. В совокупности эти категории охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы 15-

летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

– *изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

– *пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

– *количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

– *неопределённость и данные* – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Для описания **мыслительной (когнитивной) деятельности** при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: *формулировать, применять и интерпретировать, рассуждать*, которые указывают на когнитивные процессы, которые будут актуализироваться:

- формулировать ситуацию на языке математики (на этапе перевода реальной ситуации в математическую модель и постановки математической задачи);
- применять математические понятия, факты, процедуры (на этапе решения сформулированной математической задачи);
- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты (на этапе обработки, анализа результата и получения ответа);
- рассуждать.

Математика - это наука о четко определенных объектах и понятиях, которые можно анализировать и трансформировать различными способами, используя математическое рассуждение для получения выводов. Способность рассуждать логически и убедительно формулировать аргументы - это навык, который приобретает все большее значение в современном мире. В рамках изучения математики учащиеся узнают о том, что, используя правильные рассуждения и предположения, они могут получить результаты, которые заслуживают доверия.

В определении «математической грамотности» основной упор сделан не на овладение предметными умениями, а на функциональную грамотность, позволяющую свободно использовать математические знания для удовлетворения различных потребностей – как личных, так и общественных. Согласно этому основное внимание нужно уделять проверке способности учащихся использовать математические знания в

разнообразных ситуациях, требующих для своего решения различных подходов, размышлений и интуиции. Очевидно, что для этого явно необходимо иметь значительный объем математических знаний и умений, которые не сводятся к знанию математических фактов, терминологии, стандартных методов и умению выполнять стандартные действия и использовать определенные методы.

Проблема формирования функциональной математической грамотности требует изменений к содержанию деятельности на уроке. Научиться действовать ученик может только в процессе самого действия, а ежедневная работа учителя на уроке, образовательные технологии, которые он выбирает, формируют математическую грамотность школьников. Ученики должны активно принимать участие на всех этапах учебного процесса: формулировать свои собственные гипотезы и вопросы, консультировать друг друга, ставить цели для себя, отслеживать полученные результаты.

Формировать математическую грамотность надо постепенно, начиная с 5 класса. Регулярно включать в ход урока задания на *«изменение и зависимости»*, *«пространство и форма»*, *«неопределенность»*, *«количественные рассуждения»* и т.п. Эти задания можно использовать по усмотрению учителя:

- Как игровой момент на уроке;
- Как проблемный элемент в начале урока;
- Как задание – «толчок» к созданию гипотезы для исследовательского проекта;
- Как задание для смены деятельности на уроке;
- Как модель реальной жизненной ситуации, иллюстрирующей необходимость изучения какого либо математического понятия на уроке;
- Как задание, устанавливающее межпредметные связи в процессе обучения. Некоторые задания заставят сформулировать свою точку зрения и найти аргументы для её защиты;
- Можно все задачи объединить в группы и создать свой элективный (факультативный) курс по формированию математической грамотности как одной из составляющих функциональной грамотности школьников. Задания такого типа можно включать в математические олимпиады, викторины, игры, конкурсы и т.п.

Для выполнения заданий требуется объем знаний и умений, которые необходимы для математически грамотного современного человека. К ним отнесены:

- пространственные представления;
- пространственное воображение;
- свойства пространственных фигур;
- умение читать и интерпретировать количественную информацию, представленную

в различной форме (в форме таблиц, диаграмм, графиков реальных зависимостей), характерную для средств массовой информации;

- умение работать с формулами;
- знаковые и числовые последовательности;
- нахождение периметра и площадей нестандартных фигур;
- действия с процентами;
- использование масштаба;
- использование статистических показателей для характеристики реальных явлений и процессов;
- умение выполнять действия с различными единицами измерения (длины, массы, времени, скорости) и др.

Как учителю организовать работу по формированию математической грамотности?

Необходимо:

– Помнить о системности формируемых математических знаний, о необходимости теоретической и практической предметной базы;

–Формировать готовность к взаимодействию с математической стороной окружающего мира - погружать в реальные ситуации (отдельные задания; цепочки заданий, объединенных ситуацией, проектные работы);

–Формировать опыт поиска путей решения жизненных задач, учить математическому моделированию реальных ситуаций и переносить способы решения учебных задач на реальные объекты;

–В каждой теме в соответствии с кодификатором содержания выполнять задания, построенные на реальных жизненных сюжетах. Акцент – на обсуждение: обсуждение ситуации, выявление математических аспектов, всех данных, переформулирование и моделирование объектов, перевод на язык математики, обсуждение ограничений, допущений, различные способы решения, обсуждение их рациональности; обсуждение результатов: оценка и интерпретация, соотнесение с ситуацией;

–Развивать когнитивную сферу, учить познавать мир, решать задачи разными способами;

–Развивать регулятивную сферы и рефлексивную: учить планировать деятельность, конструировать алгоритмы (вычисления, построения и пр.), контролировать процесс и результат, выполнять проверку на соответствие исходным данным и правдоподобие, коррекцию и оценку результата деятельности;

–Формировать математическую грамотность дифференцированно. Не ограничиваться заданиями порогового уровня. Предлагать более сложные задачи,

развивать функциональную грамотность высоких уровней. Предлагать каждому школьнику и простые и сложные задачи;

–Использовать потенциал проектной деятельности (выполнять в группах и на протяжении некоторого времени);

–Использовать формы организации учебной деятельности: индивидуальная, парная, групповая;

–Подходить комплексно к планированию формирования математической грамотности, соотносить с формированием метапредметных результатов обучения. Поэтапное формирование различных умений в соответствии с ФГОС, составляющих основу математической грамотности, представлено в таблице:

Период обучения	Метапредметные результаты	Математическая грамотность
5 класс	Уровень узнавания и понимания	Находит и извлекает математическую информацию в различном контексте
6 класс	Уровень понимания и применения	Применяет математические знания для решения разного рода проблем
7 класс	Уровень анализа и синтеза	Формулирует математическую проблему на основе анализа ситуации
8 класс	Уровень оценки (рефлексии) в рамках предметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические данные в контексте лично значимой ситуации
9 класс	Уровень оценки (рефлексии) в рамках метапредметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические результаты в контексте национальной или глобальной ситуации

– Использовать ресурсы «текстовые задачи», представленные в учебниках по математике. От текстовой задачи к реальной ситуации: трансформируем текстовые задачи. Например:

1 этап. Вычислите: $3 \times 7 = ?$

2 этап. В коробке 3 ряда по 7 конфет в каждом ряду. Сколько всего конфет в коробке?

3 этап. У меня завтра день рождения, будет 15 человек. Хватит ли одной коробки конфет, если в ней 3 ряда по 7 конфет в каждом ряду? Подтвердите свой ответ вычислениями.

4 этап. У меня завтра день рождения, будет 15 человек. Хватит ли одной такой коробки конфет?



Рассмотрим еще пример трансформации задачи: № 157 (Алгебра. 7 класс/ Дорофеев Г. В. и др.): *Размер обуви зависит от длины стопы. Существуют формулы, выражающие эту зависимость для мужских и женских размеров, принятых в некоторых англоговорящих странах: для мужской обуви $s = 3l - 26$ и для женской обуви $s = 3l - 22$, где s — размер обуви, l — длина стопы в дюймах. Какой английский размер подходит Наташе, если длина стопы у неё равна 30 см, и Игорю, если у него длина стопы 35 см? (1 дюйм $\approx 2,5$ см).*

Комплексное задание: «Размер обуви», 7 класс.

Для большинства российских покупателей английская шкала обуви является не привычной. Объясняется это тем, что английская и российская размерные сетки отличаются системой измерения. Для того, чтобы с точность определить размер обуви английского производства нужно измерить основной параметр – длину стоп: расстояние между кончиком большого пальца и пяткой. Существуют формулы, выражающие эту зависимость для мужских и женских размеров, принятых в некоторых англоговорящих странах: для мужской обуви $s = 3l - 26$ и для женской обуви $s = 3l - 22$, где s — размер обуви, l — длина стопы в дюймах (1 дюйм $\approx 2,5$ см).

Задание 1. Какой английский размер подходит Наташе, если длина стопы у неё равна 30 см? Представить развернутый ответ с полным описанием решения.

Характеристика вопроса

Содержательная область: Количество

Когнитивная деятельность: Применять

Контекст: Личная жизнь

Уровень сложности: Средний

Формат ответ: Задание с развернутым ответом (в виде текста)

Объект оценки: Расчеты с извлечением данных из текста, вычисление с рациональными числами, сравнение величин.

Задание 2. Подойдут ли Игорю кроссовки с английским размером 15, если длина его стопы 35 см? Представить развернутый ответ с полным описанием решения.

Характеристика вопроса

Содержательная область: Количество

Когнитивная деятельность: Рассуждать

Контекст: Личная жизнь

Уровень сложности: Средний

Формат ответ: Задание с развернутым ответом (в виде текста)

Объект оценки: Умение выполнять вычислительные операции с величинами, числами, выполнять сравнение величин, предположить результат.

Обучающиеся имеют представление о геометрическом пространстве, но не знают, как правильно разместить мебель в доме, какие варианты плиточной облицовки выбрать, исходя из имеющихся материалов. Школьники знакомы с алгебраической и геометрической прогрессиями, изучают основы экономики, но при этом им сложно грамотно распорядиться своими ресурсами – так, чтобы они с минимальными рисками приносили прибыль. Все это находит отражение в измененной модели ОГЭ по математике, где представлены практико-ориентированные задания, направленные на формирование математической грамотности школьников, это задания №1 - №5 ОГЭ по математике (сайт ФИПИ, [Демовариант 2022 г.](#)).

Предъявление обучающимся и выполнение ими контекстных заданий, разработанных на основе проблемных ситуаций, является, таким образом, важным видом познавательной и практической деятельности, в ходе которой развивается функциональная грамотность, в том числе и математическая. И эта деятельность требует, во-первых, применения осваиваемых школьниками знаний, умений и опыта, а во-вторых, переноса осваиваемых в рамках учебного предмета «Математика» знаний и умений на более широкую познавательную и практическую область, расширяющуюся по мере обучения школьников.

Учителю математики рекомендуем в своей профессиональной деятельности использовать:

1. Банк заданий по формированию функциональной грамотности <http://skiv.instrao.ru/>.
2. Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуски 1 и 2. /Л.О. Рослова и др.– М.: Просвещение, 2019. и далее.
3. Математическая грамотность: пособие по развитию функциональной грамотности старшеклассников» / Под общей ред. Р.Ш. Мошниной. – Москва: Академия Минпросвещения России, 2021.
4. Методические рекомендации по формированию математической грамотности обучающихся 5-9-х классов с использованием открытого банка заданий на цифровой платформе /Под ред. Г.С. Ковалевой, Л.О. Рословой. – М.: Академия Минпросвещения России, 2021.

5. РЭШ (Российская электронная школа) <https://resh.edu.ru/>. Представлены варианты работ для оценки сформированности математической грамотности.