Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования Владимирской области «Владимирский институт развития образования имени Л.И. Новиковой» Центр поддержки одаренных детей «Платформа Владимир»

Принята на заседании
Педагогического совета
от « 23 » сентября 2026 г.
Протокол № 3

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор института
_____Л.В. Куликова
« 15 » октября 2026 г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА

естественнонаучной направленности

«Интенсивный курс подготовки к олимпиаде по математике»
для учащихся 10-11 классов
Уровень программы: **базовый**
Возраст учащихся: **15–18 лет**
Срок реализации: **7 дней (42 часа)**

Составители:
Евсеева Ю.Ю., заведующий кафедрой физико-математического образования и информационных технологий Педагогического института ФГБОУ ВО ВлГУ, кандидат физико-математических наук.
Куранова Н.Ю., доцент кафедры физико-математического образования и информационных технологий Педагогического института ФГБОУ ВО ВлГУ, кандидат физико-математических наук

Владимир
2026

Содержание программы

Раздел 1. Комплекс основных характеристик программы

1.1 Пояснительная записка

1.2 Цели и задачи программы

1.3 Содержание программы

1.4 Планируемые результаты

Раздел 2. Комплекс организационно-педагогических условий

2.1 Календарный учебный график

2.2 Условия реализации программы

2.3 Формы аттестации

2.4 Оценочные материалы

2.5 Методические материалы

2.6 Список использованной литературы

1. Комплекс основных характеристик программы

1. Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа с применением дистанционных технологий **«Интенсивный курс подготовки к олимпиаде по математике»** для учащихся 10-11 классов (далее – Программа) составлена на основе примерной программы по математике и призвана поддержать предметный интерес высокомотивированных детей. В соответствии с современными требованиями к знаниям, умениям и навыкам подобрано учебное содержание, позволяющее учащимся рассмотреть различные способы решения нестандартных задач и подготовиться к региональному этапу Всероссийской Олимпиады по математике для учеников 10-11 классов. Программа рассчитана на учащихся, получивших базовые умения по алгебре и геометрии в пределах программы средней школы.

Программа составлена с целью дальнейшего совершенствования образовательного процесса, повышения результативности обучения детей, обеспечения вариативности образовательного процесса, сохранения единого образовательного пространства, а также выполнения гигиенических требований к условиям обучения школьников и сохранения их здоровья.

Адресат Программы – учащиеся 10-11 классов (15-18 лет) общеобразовательных учреждений вне зависимости от наличия или отсутствия ОВЗ, обладающих высокой мотивацией к обучению и с учетом результатов рейтинга их образовательных достижений.

Занятия проводятся с 26 октября по 1 ноября 2026 года в Центре поддержки одаренных детей (г. Владимир, ул. Каманина, 30/18).

Занятия проводятся очно.

Занятия проводятся в течение 7 дней по 6 академических часов — 42 часа учебных занятий; дополнительно предусмотрено 14 часов развивающих мероприятий. Общий объём программы — 56 часов.

Формы работы: групповые и индивидуальные.

Программа разработана с учетом следующих нормативно-правовых документов:

1. Федеральный закон РФ «Об образовании в РФ» (от 29.12.2012 г. №273-ФЗ);
2. Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 г. и плана мероприятий по ее реализации, утвержденная распоряжением Правительства РФ от 31 марта 2022 г. N 678-р «Об утверждении Концепции развития дополнительного образования детей до 2030 г. и плана мероприятий по ее реализации»;

3. Приказ Министерства просвещения РФ от 27 июля 2022 г. N 629 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;

4. Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 02.06.2026 N 19 "Об утверждении СП 2.4.2.4283-26 Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи"

1.2 Цели и задачи программы

Цель: познакомить школьников с новыми идеями и методами решения задач, расширить представление об изучаемом в основном курсе материале дать ученику возможность проанализировать свои способности, помочь подготовиться к успешному выполнению заданий регионального этапа Всероссийской Олимпиады по математике в соответствии с требованиями, предъявляемыми новыми образовательными стандартами.

Задачи:

Обучающие (предметные) – повторить и обобщить знания по основным темам алгебры, теории чисел и геометрии.

Воспитательные (личностные) – формирование навыков критического мышления, способствование развитию творческих способностей учащихся.

Метапредметные (Развивающие) – расширение общекультурного кругозора; формирование навыков, обеспечивающих успешное выполнение заданий Олимпиады.

1.3 Содержание программы

Учебный план

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы аттестации (контроля)
		всего	теория	практика	
1	Решение теоретико-числовых задач по олимпиадной математике	6	2	4	Тестирование
2	Основные методы и приемы решения планиметрических задач Олимпиады по математике	6	2	4	Тестирование
3	Элементы теории графов: решение олимпиадных задач	6	2	4	Тестирование
4	Теория многочленов с одной переменной	6	2	4	Тестирование

5	Решение олимпиадных задач с параметрами	6	2	4	Тестирование
6	Основные методы и приемы решения стереометрических задач Олимпиады по математике.	6	2	4	Тестирование
7	Различные методы решения задач на доказательство, в том числе метод математической индукции	6	2	4	Тестирование
8	Вечерние мероприятия	14		14	
	Итого	56	14	42	

Содержание учебного плана

Тема 1. Решение теоретико-числовых задач по олимпиадной математике (6 ч.)

Теория. Делимость — одно из основных понятий арифметики и теории чисел, связанное с операцией деления

Определение: если для некоторого целого числа a и целого числа b существует такое целое число q, что bq = a, то говорят, что число a делится нацело на b или что b делит a. При этом число b называется делителем числа a, делимое a — кратным числа b, а число q — частным от деления a на b.

Некоторые свойства делимости:

- Если два числа делятся на целое число $b \neq 0$, то их сумма и разность также делятся на число b.
- Если в произведении целых чисел один из множителей делится на целое число $b \neq 0$, то и произведение также делится на число b.
- Число 0 делится на любое целое число $b \neq 0$.
- Числа 1 и −1 являются делителями любого целого числа a.

Обычно рассматривается лишь делимость натуральных чисел. В частности, функция количества делителей натурального числа подсчитывает лишь его положительные делители.

Практика. Отработка навыка решения задач.

Формы контроля: тестирование.

Тема 2. Основные методы и приемы решения планиметрических задач Олимпиады по математике (6 ч.)

Теория. Для решения планиметрических задач используют различные приёмы, которые могут быть геометрическими, с помощью метода координат, алгебраического метода или доказательного метода. Также часто применяют комбинированный подход: на одних этапах решение ведётся геометрическим методом, а на других — алгебраическим.

- Метод дополнительных построений. Построение чертежа помогает найти связи между элементами фигуры и наметить дальнейшие действия. Дополнительные линии чаще всего проводятся, чтобы свести задачу к ранее решённой или более простой. Например:
    - проведение в многоугольнике прямой, параллельной одной из имеющихся, что позволяет применять подобие;
    - разбиение фигуры на части для получения треугольника и параллелограмма, что позволяет применять свойства этих фигур;
    - проведение перпендикуляров, радиусов окружности в точки касания, высот в трапеции, чтобы получить прямоугольные треугольники.
- Метод подобия. В фигуре находят или строят треугольники, подобие которых можно доказать, пользуясь условием задачи. Затем из подобия треугольников выводят равенство углов, пропорциональность отрезков и получают новые свойства рассматриваемой фигуры.
- Метод геометрических преобразований. Фигура или её элементы подвергаются некоторому преобразованию. Например:
    - осевая симметрия помогает доказать соотношение в равнобедренном треугольнике, равнобедренной трапеции, прямоугольнике, ромбе;
    - использование поворота эффективно при установлении зависимостей в равностороннем треугольнике, квадрате, при доказательстве перпендикулярности прямых.

Практика. Отработка навыка решения задач.
Формы контроля: тестирование.

Тема 3. Элементы теории графов: решение олимпиадных задач (6 ч.)
Теория. Теория графов — мощный инструмент для решения олимпиадных задач, который позволяет наглядно моделировать связи между объектами.
1. Базовые понятия
Граф — это пара G=(V,E)G=(V,E), где VV — множество вершин (точек), а EE — множество рёбер (линий), соединяющих пары вершин. Вершины представляют объекты, а рёбра — связи между ними (например, города и дороги, люди и знакомства).
Степень вершины — количество рёбер, инцидентных данной вершине.
Лемма о рукопожатиях: в любом графе количество вершин с нечётной степенью чётно. Это мощный инструмент для доказательства несуществования каких-либо конфигураций.

Виды графов: неориентированный, ориентированный (орграф), взвешенный, полный, дерево, двудольный.
Связность: граф называется связным, если между любыми двумя вершинами существует путь.
Подграф — часть графа, где все вершины и рёбра взяты из исходного множества.
Матрица смежности и матрица инцидентности — способы задания графа, которые полезны для алгоритмизации.
2. Ключевые задачи и алгоритмы
Поиск путей. Задачи на нахождение кратчайшего пути (алгоритм Дейкстры), количества путей между вершинами. Для этого часто используют метод накопления значений или рекуррентные формулы.
Эйлеров путь и цикл. Путь называется эйлеровым, если проходит по каждому ребру ровно один раз. Цикл — это эйлеров цикл. Критерий Эйлера: связный граф эйлеров тогда и только если все его вершины имеют чётную степень.
Гамильтонов путь и цикл. Гамильтонов путь проходит через каждую вершину ровно один раз, а гамильтонов цикл — это гамильтонов путь, являющийся циклом. Решение таких задач часто сводится к перебору или использованию дополнительных ограничений.
Остовное дерево и разрез. Задача о минимальном разрезе или минимальном остовном дереве возникает в логистических и сетевых задачах.
Раскраска графа. Задача о раскраске вершин или рёбер графа в минимальное число цветов имеет прямое отношение к олимпиадам (например, к задаче о четырёх красках).
Анализ отношений. Графы помогают решать задачи на знакомства, турниры, расписания, когда нужно наглядно представить и проанализировать связи.
Практика. Отработка навыка решения задач.
Формы контроля: тестирование.

Тема 4. Теория многочленов с одной переменной (6 ч.)
Теория. Теория многочленов находит широкое применение: при решении алгебраических уравнений, в теории чисел (например, при поиске рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами), в приближённых вычислениях и других областях математики.
Важные теоремы и понятия
Основная теорема алгебры. Любой многочлен с комплексными коэффициентами имеет хотя бы один комплексный корень. Из неё следует, что

многочлен степени n над полем комплексных чисел имеет ровно n корней, если считать каждый корень столько раз, какова его кратность.

Теорема Безу. Остаток от деления многочлена f(x)f(x) на двучлен (x−a)(x−a) равен значению многочлена в точке aa, то есть f(a)f(a).

Схема Горнера — эффективный алгоритм для вычисления значения многочлена в заданной точке, деления многочлена на линейный двучлен и, что важно, для разложения многочлена на множители.

Корень многочлена. Число cc называется корнем многочлена f(x)f(x), если f(c)=0f(c)=0. Это означает, что cc является корнем соответствующего алгебраического уравнения f(x)=0.

Приводимые и неприводимые многочлены. Многочлен называется **приводимым**, если его можно разложить в произведение двух многочленов положительной степени. **Неприводимый** — это такой многочлен, который не может быть разложен в произведение двух многочленов меньшей степени. Важно: понятие неприводимости зависит от поля, над которым рассматривается многочлен.

Нормированный многочлен — это многочлен, у которого старший коэффициент равен единице.

Практика. Отработка навыка решения задач.

Формы контроля: тестирование.

Тема 5. Решение олимпиадных задач с параметрами (6 ч.)

Теория. Аналитический метод

Подразумевает использование алгебраических преобразований над уравнениями, неравенствами и их системами. Как правило, преобразования выполняются, чтобы выразить неизвестную через параметр, благодаря чему можно ответить на вопрос о количестве корней уравнения.

Основной принцип:

1. Разбить область допустимых значений параметра на части, на каждой из которых задачу можно решить одним и тем же способом.
2. На каждой из полученных частей решить задачу.
3. Ответ к уравнению (неравенству) состоит из списка участков изменения параметра с указанием для каждого из них всех решений этого уравнения (неравенства).

Графический метод

Основан на построении графиков уравнений, неравенств и их систем.

Некоторые особенности графического метода:

- Если в уравнении одна неизвестная x и один параметр a, то можно построить график этого уравнения в системе координат Oxa — это будет

множество всех точек на плоскости, каждая из которых является решением этого уравнения.

- Когда в уравнении две неизвестных, например, x и y, да ещё и параметр a, то построить графическое решение сложнее — в таком случае графиком может быть не одна линия, а целое семейство похожих линий, движение которых по плоскости зависит от значения параметра.

Некоторые методы графического метода:

- Метод «движущейся» прямой — мысленно двигают прямую y = a вдоль оси OY и смотрят, в каких точках она пересекает построенный график.
- Метод «вращающейся» прямой — мысленно поворачивают прямую относительно начала координат и смотрят, в каких точках она пересекает построенный график.

Практика. Отработка навыка решения задач.

Формы контроля: тестирование.

Тема 6. Основные методы и приемы решения стереометрических задач Олимпиады по математике (6 ч.)

Теория. Координатный метод

Заключается в введении декартовой системы координат и исчислении образующихся векторов (их длин и углов между ними). Можно использовать различные координатные системы, выбирая ту, в которой задача решается проще или удобнее.

Алгоритм применения метода координат:

1. Выбор системы координат в пространстве.
2. Нахождение координат необходимых точек и векторов, или уравнения кривых и фигур.
3. Решение задачи, используя ключевые задачи или формулы данного метода.
4. Переход от аналитических соотношений к метрическим.

Метод проекций

Заключается в построении проекций фигуры на плоскость. Основной метод проецирования в школьном курсе стереометрии — параллельное проецирование, при котором проецирующие лучи параллельны между собой.

Применяются два типа проекций: прямоугольные (проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций) и косоугольные (проецирующие лучи наклонны к ней).

Некоторые задачи, для решения которых используют метод проекций:

• Позиционные задачи — задачи, при решении которых используются только свойства параллельной проекции. Например, построение медиан треугольника на изображении.

• Метрические задачи — задачи, решить которые можно только при известной форме плоской фигуры, на плоскости которой выполняются построения. Обязательные элементы решения — построения изображений взаимно перпендикулярных прямых.

Практика. Отработка навыка решения задач.

Формы контроля: тестирование.

Тема 7. Различные методы решения задач на доказательство, в том числе метод математической индукции (6 ч.)

Теория В математике существует множество методов доказательства, каждый из которых подходит для определённых типов утверждений.

Основные методы доказательства

1. Прямое доказательство

Это самый очевидный способ: мысль движется от известных истин строго к искомому заключению. Он эффективен, когда путь от предпосылок к выводу очевиден.

2. Доказательство от противного (Reductio ad absurdum)

В этом методе доказывают не истинность утверждения, а его отрицание. Для этого предполагают, что противоположное утверждение верно, и выводят из этого предположения логический contradiction (логическое противоречие). На этом основании делают вывод, что исходное утверждение истинно.

Пример: Чтобы доказать, что $\sqrt{2}$ — irrational (не является отношением целых чисел), предполагают, что оно рационально, и получают противоречие с основным свойством целых чисел.

3. Математическая индукция

Этот метод применяется, когда нужно доказать истинность утверждения, зависящего от натурального числа n. Его суть в следующем:

База (базис) индукции. Проверяется истинность утверждения для начального значения n (чаще всего $n = 1$, но иногда и другое число m).

Индукционный шаг (переход). Предполагается, что утверждение верно для некоторого $n = k$ (это называется **индукционным предположением**), и на этом основании доказывается его истинность для $n = k + 1$.

Практика. Отработка навыка решения задач.

Формы контроля: тестирование.

1.4 Планируемые результаты

Результаты обучения.

По окончании обучения учащиеся смогут:

– овладеть комплексом умений, определяющих уровень математической грамотности 11-классников;

– научиться решать нестандартные задачи;

– работать с олимпиадными заданиями: самостоятельно понимать формулировку задания и вникать в её смысл, искать различные способы решения олимпиадной задачи;

Результаты воспитывающей деятельности.

Учащиеся будут:

– самостоятельно ограничивать временные рамки на выполнение заданий;

– сосредоточенно и эффективно работать в течение экзамена.

Результаты развивающей деятельности.

Учащиеся будут:

– обладать широким кругозором;

– иметь навыки самоподготовки к государственной итоговой аттестации.

2. Комплекс организационно-педагогических условий

2.1 Календарный график

№ п/п	Месяц	Число	Время проведения занятия	Форма занятия	Количество часов	Тема занятия	Место проведения	Форма контроля
1	Октябрь	26	9:00-14:40	Групповая	6	Решение теоретико-числовых задач по олимпиадной математике	ЦПОД «Платформа Владимир»	Тестовые задания
2	Октябрь	27	9:00-14:40	Групповая	6	Основные методы и приемы решения планиметрических задач Олимпиады по математике	ЦПОД «Платформа Владимир»	Тестовые задания
3	Октябрь	28	9:00-14:40	Групповая	6	Элементы теории графов: решение олимпиадных задач	ЦПОД «Платформа Владимир»	Тестовые задания

4	Октябрь	29	9:00-14:40	Групповая	6	Теория многочленов с одной переменной	ЦПОД «Платформа Владимир»	Тестовые задания
5	Октябрь	30	9:00-14:40	Групповая	6	Решение олимпиадных задач с параметрами	ЦПОД «Платформа Владимир»	Тестовые задания
6	Октябрь	31	9:00-14:40	Групповая	6	Основные методы и приемы решения стереометрических задач Олимпиады по математике	ЦПОД «Платформа Владимир»	Тестовые задания
7	Ноябрь	1	9:00-14:40	Групповая	6	Различные методы решения задач на доказательство, в том числе метод математической индукции	ЦПОД «Платформа Владимир»	Тестовые задания

2.2 Условия реализации программы

Для успешной реализации программы необходимо следующее материально-техническое обеспечение: компьютер с доступом в сеть Интернет.

Педагог, ведущий занятия, должен иметь высшее образование, обладать опытом работы с высокомотивированными детьми, проявляющими повышенный интерес к изучению математики.

2.3 Формы аттестации

Выполнение письменных заданий различного типа.

2.4 Оценочные материалы

Оценка текущей успеваемости и уровня овладения материалом осуществляется в ходе выполнения письменных заданий.

2.5 Методические материалы

При реализации программы используются следующие образовательные технологии: информационно-коммуникативные; проблемное обучение.
Образовательные технологии, используемые при реализации программы предполагают следующие формы учебных занятий: лекция, практика, тестирование.

2.6 Список использованной литературы

1. Иванов О.А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей. М.: МЦНМО, 2009
2. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2001
3. Сивашинский И. Х. Неравенства в задачах. М., Наука, 1967
4. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. М.: МЦНМО, 2003
5. Алфутова Н.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел для математических школ. М.: МЦНМО, 2001
6. Агаханов Н.Х, Подлипский О.К. Математические олимпиады Московской области. Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: Физматкнига, 2006.
7. Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах. – М.: Наука, 1983
8. Денищева Л.О, Карюхина Н.В, Михеева Т.Ф. Учимся решать уравнения и неравенства. – М.: «Интеллект-Центр», 2000.
9. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа. – М.: Просвещение, 1990.

Куликова Людмила Владимировна

Подписано цифровой подписью: Куликова Людмила Владимировна
Дата: 2026.11.02 13:59:16 +03'00'