

РЕКОМЕНДАЦИИ

по совершенствованию организации и методики преподавания МАТЕМАТИКИ на основе выявленных типичных затруднений и ошибок ОГЭ по учебному предмету

Антонова Е.И.,

заведующий кафедрой естественно-математического образования ГАОУДПО ВО ВИРО

Результаты экзамена по математике позволили выявить ряд проблем, которые необходимо учитывать при обучении математике и подготовке обучающихся к итоговой аттестации в формате ОГЭ.

Важным условием успешной подготовки к экзамену является тщательность в отслеживании результатов учеников по всем темам и в своевременной коррекции уровня усвоения учебного материала. Одним из принципов построения методической подготовки к итоговой аттестации считается принцип «жесткого ограничения времени» при выполнении тестов. В целях эффективного использования времени на экзамене нужно также учить школьников приемам быстрого и рационального счета. А также формирование читательской грамотности при работе с текстом как основной составляющей функциональной грамотности обучающихся: работа с рисунками, схемами, графиками, текстом, применении знаний на практике. Уделять внимание обучению работы с вопросами, вычленению ключевых теорий, на базе которых строятся ответы.

Невысокий процент выполнения базового задания №16 и низкий процент выполнения геометрических заданий с развернутым ответом (№№23-25), свидетельствует о сохраняющихся системных недостатках в преподавании геометрии в основной школе. Также причиной является рассмотрение лишь тех типов задач, которые встречались на экзамене в предыдущие годы, вместо полноценного изучения геометрии. Таким образом, следует рекомендовать при подготовке к экзамену особое внимание уделить формированию и развитию умений выполнять действия с геометрическими фигурами, предлагать задания с разными числовыми данными по одному рисунку, предлагать задания, где необходимо определять различные элементы фигуры и/или вычислять их числовые характеристики, уделять больше внимания развитию умения верно пользоваться геометрическим чертежом, добиваться достаточного уровня владением теоретическим материалом.

При подготовке к экзамену особое внимание следует уделять решению задач, в которых необходимо составить математическую модель в виде уравнения или системы уравнений. Не менее важно отрабатывать навыки решения различных типов уравнений, встречающихся при решении подобного вида задач.

Следует рекомендовать при подготовке к экзамену обратить внимание на формирование вычислительных навыков учащихся, а также корректное использование данных задачи при составлении математической модели (задание №21).

При подготовке к экзамену обратить внимание: на корректное выполнение всех преобразований необходимых при решении заданий высокого уровня сложности №22 и №25; на формирование математической культуры при решении задач, требующих доказательства или обоснования доказываемого утверждения или факта №24.

На основании вышеизложенного, рекомендуем педагогам проанализировать результаты государственной итоговой аттестации по математике на заседаниях городских (районных) методических объединений учителей математики; планировать работу на 2025-2026 учебный год с учетом:

- изучения нормативных документов Министерства Просвещения РФ, методических писем и методических рекомендаций ФИПИ <http://www.fipi.ru/>, где содержатся нормативные требования к проведению ОГЭ, характеристика контрольных измерительных материалов по математике, рекомендации по использованию и интерпретации результатов выполнения экзаменационных работ и т. п. Ознакомление обучающихся с демоверсиями ОГЭ 2026 г. (акцент на повторение /изучение материала, освоение навыков);
- включения в учебный план общеобразовательной организации факультативных курсов (спецкурсов, индивидуальных занятий и т.п.), стимулирующие интерес к предмету и развивающие математические способности, начиная с 5 класса;
- использования «Открытого банка заданий ОГЭ. Математика», созданного авторским коллективом ФИПИ с целью подготовки учащихся к итоговой аттестации <http://www.fipi.ru/>;
- увеличения количества часов на изучение математики из части учебного плана, самостоятельно формируемой участниками образовательных отношений и (или) предусмотреть включение в учебный план общеобразовательной организации элективных (факультативных) курсов, направленных на подготовку обучающихся к сдаче государственной итоговой аттестации в 9 классах;
- выявление проблемных тем теоретического материала по математике за курс основной школы; организация индивидуальных и групповых занятий по восполнению пробелов в знаниях отдельных теоретических вопросов курса математики; на занятиях спецкурсов, консультациях продолжить отработку навыков практического применения теории; на уроках повторения пройденного материала уделить особое внимание вопросам и заданиям, вызвавшим затруднения у школьников;
- закрепление навыков смыслового чтения и анализа текста заданий (типа №№1 - 5), т.к. у обучающихся недостаточно сформированы как читательская грамотность, так и умения использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни;
- усиление внимания к геометрическим задачам на решение и доказательство; необходимо обратить самое внимание на изучение геометрии – непосредственно с 7 класса, когда начинается систематическое изучение этого предмета. Подготовка выпускников следует начинать не с рассмотрения примеров решения геометрических задач вариантов ОГЭ, а с изучения свойств геометрических фигур и их элементов. Задачи необходимо решать по темам, например, «Треугольник и его элементы», «Окружность и круг» и т.д.;
- проведение анализа условия задачи, искать пути решения, применять известные алгоритмы в измененной ситуации (стандартные методы решения простейших уравнений и неравенств, преобразование алгебраических выражений, свойства геометрических фигур при решении планиметрических задач);
- рассмотрение разнообразных методов решения задач с параметрами;
- усиление работы по повышению уровня вычислительных навыков учащихся (например, с помощью устной работы на уроках: применение арифметических законов действий при работе с рациональными числами, свойства степеней, корней и др.), что позволит им успешно выполнить задания, избежав досадных ошибок, применяя рациональные методы вычислений;
- повышение мотивации учащихся к самостоятельному изучению дополнительного материала, без которого трудно решить задания повышенного и высокого уровня сложности;
- отработка у обучающихся быстрого и правильного выполнения заданий Части 1, постоянно контролировать умения, необходимые для выполнения заданий базового уровня;

- организация дифференцированного подхода с наиболее подготовленными учащимися для успешного выполнения заданий Части 2. Это относится и к работе на уроке, и к дифференциации домашних заданий и заданий, предлагающихся обучающимся на контрольных, проверочных, диагностических работах.

Традиционно вызвали наибольшую трудность у обучающихся задания, направленные на проверку **следующих умений**:

1) выполнять преобразования алгебраических выражений, находить значения выражения.

Причины затруднений, ошибок:

Обучающиеся не знают свойств степени, арифметического корня натуральной степени, не могут объяснить смысл формулы, выражающей то или иное свойство степени или арифметического корня. Этап формирования действий над степенями и корнями с использованием соответствующих свойств не завершен; опыт применения свойств степени, арифметического корня натуральной степени для преобразований числовых и буквенных выражений не достаточен. Знания формул сокращенного умножения у обучающихся не прочные, опыт обучающихся в применении этих формул к степенным и иррациональным выражениям не достаточен.

Способы устранения затруднений, ошибок:

Необходимо реализовывать поэтапное формирование действий с многочленами, на основе формул сокращенного умножения; со степенями и арифметическими корнями натуральной степени с использованием соответствующих свойств, на этапе освоения соответствующей учебной темы (7-9 класс). На этапах систематического и обобщающего повторения учебных тем: «Многочлены», «Степень», «Корень» необходима организация индивидуализированной учебной деятельности в соответствии с достижениями обучающихся в освоении данного материала.

При изучении и повторении учебных тем, связанных с выполнением преобразований алгебраических выражений, необходимо ориентировать образовательный процесс на достижение/оценку достижения планируемых результатов: каждый ученик должен уметь выполнять действия:

Предметные:

- формулировать определение и свойства степени, арифметического корня натуральной степени;
- записывать формулы сокращенного умножения;
- объяснять или демонстрировать с помощью примера, как выполняется каждое действие над степенями, арифметическими корнями натуральной степени с использованием соответствующих свойств;
- объяснять или демонстрировать с помощью примера, как выполняется умножение многочленов и разложение многочленов на множители с использованием формул сокращенного умножения;
- выполнять действия над многочленами с использованием формул сокращенного умножения;
- выполнять действия над степенями, арифметическими корнями натуральной степени с использованием соответствующих свойств;
- выполнять преобразования алгебраических выражений и находить их значения, используя формулы сокращенного умножения, свойства степени и корня.

Метапредметные:

Осуществлять самоконтроль и самооценку содержания выполняемого действия и его результата.

Для реализации основных этапов формирования планируемых действий, целесообразно использовать педагогические технологии: формирующего оценивания, поэтапного формирования умственных действий, полного усвоения знаний, коллективного способа обучения и др. буквенных выражений, осуществлять необходимые подстановки и преобразования.

2) решать уравнения, неравенства и их системы

Причины затруднений, ошибок:

Обучающимися недостаточно осмыслено содержание действий по применению различных методов решения уравнений. Этап формирования действия переноса слагаемых из одной части уравнения в другую не завершен, опыт решения линейных и квадратных уравнений и уравнений, сводящихся к квадратным, не достаточен.

Способы устранения затруднений, ошибок:

Необходимо реализовывать поэтапное формирование действий по решению уравнений и неравенств различными методами, способами, используя ориентировочную основу методов решения уравнений (опорные конспекты, памятки, алгоритмы) при изучении соответствующих тем курса алгебры.

На этапах систематического и обобщающего повторения учебных тем из раздела «Уравнения и неравенства» необходима систематизация знаний обучающихся по данному разделу, организация повторения методов решения уравнений и неравенств, классификация уравнений и неравенств, выделение их типов и соотнесение каждого типа уравнения и неравенства с методами решения. Для успешной подготовки обучающихся к итоговой аттестации необходимо дифференцировать учебный материал по типам уравнений и неравенств, методам решений и уровням сложности и организовать индивидуализированную учебную деятельность в форме практикума.

При изучении и повторении учебных тем, связанных с решением уравнений

и неравенств, необходимо ориентировать образовательный процесс на достижение/оценку достижения планируемых результатов: каждый ученик должен уметь выполнять действия:

Предметные:

- определять тип и вид уравнения / неравенства;
- указывать возможные методы и способы решения данного уравнения/неравенства;
- осуществлять обоснованный выбор метода, способа решения уравнения/неравенства;
- решать уравнение/неравенство выбранным методом, способом;
- осуществлять контроль и оценку решения по критериям;
- формулировать и записывать ответ.

Для решения поставленных методических задач по устранению затруднений, ошибок

у обучающихся при решении уравнений и неравенств, целесообразно использовать педагогические технологии: интенсификации обучения на основе схемных и знаковых моделей учебного материала, технологию модульного обучения, коллективного способа обучения, практикумы и др.

3) строить и исследовать простейшие математические модели

Причины затруднений, ошибок:

Личный опыт обучающихся в решении текстовых, сюжетных, практических задач

не способствует осознанию необходимости выполнения учебного действия «построения математической модели» для достижения успеха в учебной деятельности. Обучающиеся не используют в речи термин «математическая модель» при решении задач, не осознают, какими видами математических моделей они оперируют при решении текстовых, сюжетных, практических задач. Обучающиеся не используют различные виды моделей (символьную, графическую) для анализа условия задачи с целью построения математической модели, не осознают содержания деятельности построения математической модели, не фиксируют в решении процесс построения математической модели, не выполняют действия анализа математической модели.

Способы устранения затруднений, ошибок:

Целесообразно развивать компетентность обучающихся в осуществлении деятельности построения математической модели при решении текстовых, сюжетных, практических задач: от работы по алгоритму построения арифметической, алгебраической, геометрической моделей при решении типовых задач, к использованию различных видов моделей при решении одной и той же математической задачи разными способами, и далее до самостоятельного выбора построения и исследования математической модели для решения сложной задачи и прогнозирования результата ее решения.

При этом полезно использовать для организации учебной деятельности обучающихся учебно-практические или учебно-познавательные задачи (УПЗ) или учебные ситуации, направленные на формирование познавательного действия «построение математической модели» у обучающихся с 5 по 9 классов.

В результате использования таких УПЗ или учебных ситуаций в процессе обучения математике каждый ученик должен уметь выполнять учебные (метапредметные) действия:

- фиксировать результаты анализа условия текстовой, сюжетной или практической задачи с помощью различных видов вспомогательной модели: символьной, графической, др.;
- выбирать вид математической модели и определять условия ее применимости на основе результатов анализа вспомогательной модели задачи;
- строить математическую модель выбранного вида, определяя значения параметров математической модели;
- определять ограничения для параметров математической модели;
- выполнять преобразования математической модели, получать результат преобразований (множество решений задачи);
- проверять, оценивать и интерпретировать полученные результаты преобразования математической модели;
- формулировать ответ с учетом контекста и требований задачи.

Для успешного развития компетентности обучающихся в осуществлении деятельности построения математической модели при решении текстовых, сюжетных, практических задач в процессе реализации программы по математике основного общего образования, целесообразно использовать педагогические технологии: решения исследовательских задач, проблемного диалога, критического мышления, коллективного способа обучения, др.

4) выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

Причины затруднений, ошибок:

У обучающихся непрочные знания содержания геометрических понятий. Обучающиеся не могут построить логическое рассуждение при обосновании решения геометрической задачи.

Способы устранения затруднений, ошибок:

1. Необходимо обеспечить прочность и системность знаний по изучаемым темам геометрии: определений изучаемых понятий, формулировок теорем и аксиом, утверждений, выражающих свойства и признаки понятий, свойства отношений между геометрическими объектами и величинами.

Для достижения этой цели следует использовать опорные конспекты, схемы, карты, различные модели осваиваемого учебного материала и задания на воспроизведение этой учебной информации в устной и письменной речи, на ее преобразование из развернутой формы представления в свернутую и обратно.

2. Необходимо предлагать учащимся решать геометрические задачи на применение знаний по изучаемой теме, образующие систему заданий:

- задачи, направленные на достижение всех планируемых результатов освоения учебного материала;
- задачи прямые и обратные;
- задачи, решаемые по готовым чертежам и требующие самостоятельного построения чертежа;
- задачи, требующие полного развернутого обоснования решения;
- задачи, требующие краткого ответа;
- задачи на применение одного теоретического факта и задачи на комплексное применение знаний;
- задания, требующие решения задачи разными способами, конструирования задачи на применение знания;
- задачи, требующие осуществления различных видов деятельности: практических действий построений и измерений; нахождения геометрических величин на основе рассуждений, преобразований и вычислений; доказательства.

3. Необходимо создать и предлагать обучающимся использовать ориентировочную основу деятельности по решению геометрических задач: схемы построения логического рассуждения; схемы или памятки поиска решения, доказательства различными методами: нисходящего и восходящего анализа; метода «от противного» и др.

4. Следует требовать от обучающихся оценивать решение задач по содержательным критериям, в том числе формулировать критерии оценки геометрических задач.

В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося должны быть сформированы и метапредметные умения, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.

На успешность выполнения заданий экзамена напрямую влияют метапредметные результаты, например, познавательные универсальные учебные действия. Достижения этих результатов влияет на успешность выполнения заданий КИМ ОГЭ по математике, например, заданий практико-ориентированных заданий №1 - №5, входящих в КИМ с 2021 года. Затруднения у обучающихся вызывают: способность моделировать, анализировать и преобразовывать информацию, работать с рисунком, таблицей, а также интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Можно отметить, что самое решаемое задание №1, где необходимо по тексту задачи заполнить представленную таблицу. Обучающиеся из условия задачи выбирают требуемые данные. Метапредметный результат этого задания – это «уровень узнавания и понимания», что хорошо демонстрируют выпускники при нахождении и извлечении математической информации из различного

контекста. Универсальное действие: выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения данного задания.

Задания №2 и №3 – это «уровень понимания и применения», где выпускники показывают применение математических знаний для решения разного рода проблем. Учащиеся демонстрируют достаточный результат выполнения данного типа заданий. Это говорит о том, что учителям математики необходимо продолжать вести работу по формированию метапредметного результата «понимание и применение математических знаний». И формирования учебного действия - выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, иной графикой и их комбинациями.

Задания № 4 и №5 – это «уровень рассуждения», где учащиеся должны были показать умение использовать в практической деятельности и повседневной жизни, приобретённые знания и навыки (работа с текстом и рисунком).

Метапредметный результат этих заданий соответственно «уровень анализа и синтеза» и «уровень оценки (рефлексии) в рамках предметного содержания». Математическая грамотность состоит в формулирование математической проблемы на основе анализа ситуации (задание №4) и интерпретации и оценивание математических данных в контексте лично значимой ситуации (задание № 5). Учебное действие - оценивать надёжность информации.

Типичные ошибки заданий №1-№5 - неправильная интерпретация информации в сплошных текстах: выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи; анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями; оценивать надёжность информации.

Задания №15, №16, №17, №23, №24, №25 - познавательные универсальные действия: базовые логические действия. Типичные ошибки- неумение проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения.

Задания №10, №12, №14, №21 - коммуникативные универсальные учебные действия. Типичные ошибки – неумение формулировать суждения в соответствии с условиями текстовой задачи, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать.

Задание №19 - познавательные универсальные действия: базовые логические действия. Типичные ошибки - неумение выбрать верное утверждение из предложенных вариантов: воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные; выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий. Неумение выбрать правильный ответ из предложенных вариантов.

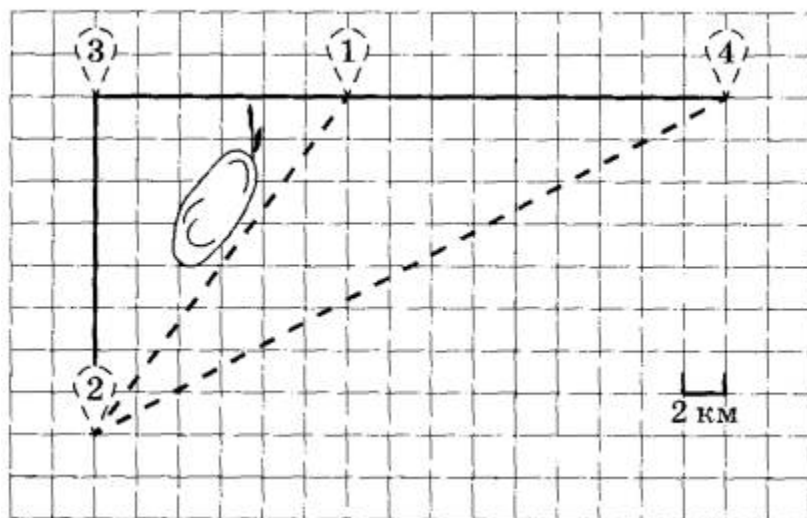
Задания №20, №22 - регулятивные универсальные учебные действия: самоорганизация. Типичные ошибки – неумение самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Задания №6, №7, №8, №9, №11, №13, №18 - регулятивные универсальные учебные действия: самоорганизация. Типичные ошибки – неумение владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи.

Сформированные универсальные действия позволят экзаменуемым выполнить задания КИМ ОГЭ по математике.

Следует отметить, что в 2025 году наличие одного задания базового уровня с **процентом выполнения ниже 50** – это **задание 4** с результатом выполнения – **46,34%**. Группы «4» и «5» получили результат выше 50%. Основным проверяемым требованием к предметным результатам освоения основной образовательной программы является: умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни.

Текст к заданию 4: *Серёжа летом отдыхает с папой в деревне Пирожки. В среду они собираются съездить на машине в село Княжеское. Из деревни Пирожки в село Княжеское можно проехать по прямой грунтовой дороге. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Васильево до деревни Рябиновки, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в село Княжеское. Есть и третий маршрут: в деревне Васильево можно свернуть на прямую грунтовую дорогу в село Княжеское, которая идёт мимо пруда. Шоссе и грунтовые дороги образуют прямоугольные треугольники.*



По шоссе Серёжа с папой едут со скоростью 60 км/ч, а по грунтовой дороге — со скоростью 40 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 2 км.

Задание 4. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Пирожки в село Княжеское Серёжа с папой, если они поедут по прямой грунтовой дороге?

При решении данной задачи, обучающиеся уже выполнили задание 1, где определили обозначение населенных пунктов (заполнив в таблице цифры 123), в задание 3 нашли длину пути прямой грунтовой дороги от деревни Пирожки (4) до села Княжеское (2), длина пути равна 34 км.

Теперь необходимо вычислить время, которое они затратили на этот путь (путь разделить на скорость и перевести часы в минуты). Скорость движения по грунтовой дороге 40 км/ч, длина пути 34 км, следовательно, время составило (с учетом, что 1 ч = 60 минут): $t = s/v$, имеем $34/40 = 17/20$ (ч), тогда $17/20 \cdot 60 = 51$ (мин.). Ответ: 51.

При решении такого рода практических задач необходимо вырабатывать у школьников следующие умения:

- 1) Выделять ключевые фразы и основные вопросы из текста заданий.
- 2) Уметь выполнять арифметические действия с натуральными числами, десятичными и обыкновенными дробями, производить возведение числа в степень, извлекать арифметический квадратный корень из числа.
- 3) Уметь переводить единицы измерения.
- 4) Разбираться в изображениях рисунков, планов и масштабе фигур на рисунках.
- 5) Анализировать и пользоваться информацией из таблицы (задание 1)
- 6) Анализировать и пользоваться заданным рисунком в условии задачи.
- 7) Знать формулу для нахождения времени (пути, скорости).

Задачи на движение включают как правило три величины: скорость, время, расстояние, которые связаны пропорциональной зависимостью. Решить математическую задачу – это значит найти такую последовательность общих положений математики (определений, правил, формул, и т. п.), которые применяя к следствиям задачи или к ее условию (результатам промежуточного решения) получаем то, что требуется к задаче – ее ответ. В каждой задаче есть условие (исходные данные), заключение - требование, которое необходимо выполнить, и субъект – это тот, кто выполняет требование.

В настоящее время первостепенной является задача интеллектуального развития, включающего способность человека к усвоению новых знаний, к самостоятельному поиску и усвоению новой информации. Поэтому использование учебных задач является ведущей формой учебной деятельности в процессе обучения математике.

Процесс решения учебной задачи можно разделить на 4 основных этапа: осмысление условия задачи (анализ условия), поиск и составление плана решения, осуществление плана решения, изучение (исследование) найденного решения. Рассмотрим каждый этап.

Осмысление условия задачи (1 этап).

- Осознание условия и требования задачи, усвоение и разработка элементов условия (или элементов цели).
- Поиск необходимой информации в сложной системе памяти.
- Соотнесение условия и заключения задачи с имеющимися знаниями и опытом.

Составление плана решения задачи (2-й этап).

- Целенаправленные пробы различных сочетаний из данных и искомых.
- Попытки подвести задачу под известный тип.
- Выбор наиболее приемлемого в данных условиях метода решения (из известных).

- Выбор стратегии решения, поиск плана решения и его корректировка на основе предварительной апробации, соотнесения с условием задачи и интуитивными соображениями, фиксирование определенного плана решения задачи и т.д.

Осуществление плана решения задачи (3-й этап).

- Проводится практическая реализация плана решения во всех его деталях с одновременной корректировкой через соотнесение с условием и выбранным базисом, выбор способа оформления решения, запись результата и т.д.

Изучение найденного решения задачи (4-й этап).

- Фиксация конечного результата решения.

- Критический анализ результата (взгляд назад), поиск путей рационализации решения, исследование особых и частных случаев, выявление существенного (потенциально полезного), систематизация новых знаний и опыта и т.д.

Умение самостоятельно решать задачи - важное умение не только для тех, кто будет в дальнейшей жизни заниматься математикой, но и для всех учащихся. Человеку в повседневной жизни приходится постоянно решать задачи и даже ставить их, правда, они несколько отличаются от школьных задач, иногда своей неопределенностью, иногда неразрешимостью. Умение организовать поиск - черта активной, самостоятельной личности. Умение самостоятельно решать задачи является показателем высокого интеллектуального развития. К сожалению, в школьной практике довольно часто можно наблюдать отсутствие этого умения.

Из каких составляющих, из каких отдельных умений складывается *общее умение решать задачи*?

Это: умение проводить анализ условия задачи; умение применять изученную теорию (определение, теорему, правило) на практике; это умение предполагает узнавание возможности применения теории и собственно применение, поэтому теорема, определение, правило принимают в сознании вид алгоритма или предписания, по которому совершается действие; умение выделять основную идею в решении отдельной задачи, находить общее в решении нескольких задач и переносить эту идею, это общее на новую задачу; умения по самооценке своей деятельности, самоконтролю.

Рассмотрим этапы: *Осмысление условия задачи (1 этап)*:

Как можно формировать умение анализировать условие задачи? Анализ условия задачи следует обучать во всех разделах школьного курса математики: в арифметике, алгебре, геометрии. Как уже было отмечено, анализ условия задачи состоит в выделении данных и искомого, в выяснении значения каждого слова, в выяснении структуры задачи: какая и сколько ситуаций, объектов рассматриваются, какие величины входят в рассмотрение, каково соотношение между величинами в данной задаче, какая информация имеется в условии задачи в скрытом виде.

При решении каждой задачи, способ решения которой неизвестен, используются синтетический и аналитический методы - происходит встречный процесс от данных к требованию (синтез) и от требований к данным (анализ). На каком-то шаге устанавливается связь этих двух процессов - находится недостающий элемент, отношение - задача решена.

К какому бы разделу математики задача ни относилась, при ее решении происходит получение следствий из условия, какие-то условия заменяются эквивалентными, переформулируются, приобретают более удобный для операций вид, какие-то условия связываются. Установление связей между данными происходит не хаотично, а после выяснения отношений между данными под воздействием промежуточных и окончательных целей. Нахождение новых величин, отношений носит целенаправленный характер.

В процессе осмысления условия задачи можно выделить:

1). Умение анализировать требование задачи.

Под анализом требования задачи понимается выяснение возможных путей ответа на вопрос задачи. Одним из важнейших компонентов умения анализировать требование задачи является умение преобразовывать требование задачи в ему равносильное.

2). Умение анализировать условие задачи.

Под анализом условия задачи можно понимать выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но присуща ему.

Вся информация может быть разделена на три вида: а) информация, непосредственно заданная в условии; б) информация, полученная непосредственно из условия; в) информация, полученная уже из новой, то есть выведенной ранее, информации.

Информация первого вида фиксируется чертежом, рисунком, таблицей.

Очень важно на уроках выполнять анализ условия задачи всем классом.

Для того чтобы научиться решать задачи, надо приобрести опыт их решения. Редкие ученики самостоятельно приобретают такой опыт. Долг учителя - помочь учащимся приобрести опыт решения задач, научить их решать задачи. Учитель должен помогать ученику путем советов, как решать задачу, или вопросов, отвечая на которые ученик успешнее решит задачу. Нужны вопросы и советы учителя ученику, вызывающие развивающую мыслительную деятельность школьников, помогающие развивать творческий подход к решению задач.

Такие вопросы и советы должны обладать общностью для различных задач, иначе ученики не научатся решать многие задачи, а будут учиться решать каждую конкретную задачу в отдельности. В то же время вопросы и советы должны быть естественны и просты, должны иметь своим источником простой здравый смысл. Они должны оказывать ученику действенную, но не назойливую помощь.

Вопросы и советы для осмысления условия задачи (1-й этап).

Нельзя приступать к решению задачи, не уяснив четко, в чем заключается задание, т. е. не установив, каковы данные и искомые или посылки и заключения.

Первый совет учителя: не спешить начинать решать задачу. Это означает, что решению задачи должна предшествовать подготовка, заключающаяся в следующем: а) сначала следует ознакомиться с задачей, внимательно прочитав ее содержание. При этом схватывается общая ситуация, описанная в задаче; б) ознакомившись с задачей, необходимо вникнуть в ее содержание. При этом нужно следовать такому совету: выделить в задаче данные и искомые, а в задаче на доказательство - посылки и заключения; в) если задача геометрическая или связана с геометрическими фигурами, полезно сделать чертеж к задаче и обозначить на чертеже данные и искомые (это тоже совет, которому должен следовать ученик); г) в том случае, когда данные (или искомые) в задаче не обозначены, надо ввести подходящие обозначения. При решении текстовых задач вводят обозначения искомого или других переменных, принятых за искомые; д) уже на первой стадии решения задачи, стадии понимания задания, полезно попытаться ответить на вопрос: "Возможно ли удовлетворить условию?" Не всегда сразу удастся ответить на этот вопрос, но иногда это можно сделать.

Отвечая на вопрос: "Возможно ли удовлетворить условию?", полезно выяснить, однозначно ли сформулирована задача, не содержит ли она избыточных или противоречивых данных. Одновременно выясняется, достаточно ли данных для решения задачи.

Обучение краткой записи условия задачи - это обучение анализу условия. Краткая запись - это модель текста задачи, материализованная форма проведения действия анализа условия.

Построение модели задачи имеет несколько целей:

а) для фиксации результатов анализа задачи и тем самым для организации самого анализа, поэтому построение модели задачи в этом случае проводится в процессе анализа и по мере его выполнения;

б) для взгляда на задачу с разных точек зрения. Построение модели задача позволяет осуществить процесс переформулирования задачи;

в) построение модели задачи является подготовительным этапом для построения решающей математической модели задачи.

Модель задачи может быть самой различной: схематической, табличной, структурной, графической и т. д. выбор вида модели задачи зависит как от характера задачи, так и от особенностей решающего субъекта, от его умений и навыков, привычного для него способа анализа и построения модели задачи. При построении модели ученик опирается, с одной стороны, на данный ему текст задачи, а с другой – на приобретенные в результате жизненного опыта и школьного обучения знания о предметном содержании количественных соотношений, встречающихся в задачах, и на способы описания этих соотношений.

Например, рассмотрим модель для задачи «Моторная лодка прошла расстояние между двумя пристанями A и B по течению реки за 6 часов, а обратный путь она совершила за 8 часов. За сколько времени пройдет расстояние между этими пристанями плот, пущенный по течению реки?»

Табличная модель может иметь следующий вид:

Объекты	Движение	Путь	Собственная скорость	Скорость течения	Фактическая скорость	Время движения
Моторная лодка	по течению	S	V	U	$V+U$	6 ч
	против течения	S	V	U	$V-U$	8 ч
Плот	по течению	S	-	U	-	?

Можно построить и графическую модель с указанием пунктов A и B , с изображением движения моторной лодки и плота, указав время движения моторной лодки, обозначив скорость по течению и скорость против течения реки.

Начинать поиск решения задачи можно лишь тогда, когда ее условие полностью понято. Самоконтролем на этом этапе являются пересказ условия, подсчет данных и требования, проверка схем.

При осуществлении поиска основной идеи задачи продолжается выявление скрытых отношений, структуры задачи: рассматриваются под удобным углом зрения данные и требования, происходит сопоставление решаемой задачи с ранее решенными, конструируется модель задачи в соответствии с выдвигаемой гипотезой, осуществляется мысленный эксперимент, привлекаются различные эвристики.

При этом самоконтроль осуществляется при пересказе текста задачи своими словами для выяснения, не забыто ли какое-либо данное, каждое ли слово в тексте понято. Если условие задачи моделируется с помощью чертежа, таблицы, то необходимо проверить, каждому ли данному нашлось место в этой модели. Для того чтобы проверить, правильно ли понято условие, можно рекомендовать восстановить текст задачи по краткой записи, модели, чертежу.

Составление плана решения задачи (2-й этап) является главным шагом на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Но составление плана может оказаться сложным и длительным процессом. Поэтому крайне необходимо предлагать ученику ненавязчивые вопросы, советы, помогающие ему лучше и быстрее составить план решения задачи, "открыть" идею ее решения:

1). Известна ли решающему какая-либо родственная задача? Аналогичная задача? Если такая или родственная задача известна, то составление плана решения задачи не будет затруднительным. Но далеко не всегда известна задача, родственная решаемой. В этом случае может помочь в составлении плана решения совет.

2). Подумайте, известна ли вам задача, к которой можно свести решаемую. Если такая задача известна решающему, то путь составления плана решения данной задачи очевиден: свести решаемую задачу к решенной ранее. Может оказаться, что родственная задача неизвестна решающему и он не может свести данную задачу к какой-либо известной. План же сразу составить не удастся.

3). Стоит воспользоваться советом: "Попытайтесь сформулировать задачу иначе". Иными словами, попытайтесь перефразировать задачу, не меняя ее математического содержания.

При переформулировании задачи пользуются либо определениями данных в ней математических понятий (заменяют термины их определениями), либо их признаками (точнее сказать, достаточными условиями). Надо отметить, что способность учащегося переформулировать текст задачи является показателем понимания математического содержания задачи.

Некоторые авторы относят к переформулировке задачи и перевод ее на язык математики, то есть язык алгебры, геометрии или анализа. Это, скорее, формализация задачи, "математизация" ее. К такому приему и приходится часто прибегать при решении многих текстовых задач.

4). Составляя план решения задачи, всегда следует задавать себе (или решающему задачу ученику) вопрос: "Все ли данные задачи использованы?" Выявление неучтенных данных задачи облегчает составление плана ее решения.

5). При составлении плана решения задачи иногда бывает полезно следовать совету: "Попытайтесь преобразовать искомые или данные". Часто преобразование искомого или данных способствует более быстрому составлению плана решения. При этом искомые преобразуют так, чтобы они приблизились к данным, а данные - так, чтобы они приблизились к искомым. Так, при каждом случае тождественных преобразований данные преобразуются, постепенно приближаясь к результату (искомому). Аналогично уравнение, систему уравнений, неравенство или систему неравенств преобразуют в равносильные, чтобы найти их корни или множество решений.

6). Нередко случается так, что, следуя указанным выше советам, решающий задачу все же не может составить план ее решения. Тогда может помочь еще один совет: "Попробуйте решить лишь часть задачи", т. е. попробуйте сначала удовлетворить лишь части условий, с тем чтобы далее искать способ удовлетворить оставшимся условиям задачи.

7). Нередко в составлении плана решения задачи помогает ответ на вопрос: "Для какого частного случая возможно достаточно быстро решить эту задачу?" Обнаружив такой частный случай, решающий ставит перед собой новую цель - воспользоваться решением задачи в найденном частном случае для более общего (но, может быть, не самого общего) случая. Так можно поступить, постепенно обобщая задачу до исходной, решаемой задачи. Предполагаемый вариант рассуждений - явное применение полной индукции. Итак, совет: «Рассмотрите частные случаи ситуации по условию задачи, решите задачу для какого-нибудь частного случая, примените индуктивные рассуждения».

При выдвижении гипотезы относительно возможного решения самоконтроль заключается в том, что решающему необходимо доказать себе, что выбор пути сделан правильно: что с помощью выбранной теоремы, правила, приема, определения можно довести решение задачи до логического конца; что задача подходит под определенный тип, предписание для которого имеется; что выбранная эвристика позволяет наметить ход решения задачи. Если ситуацию нельзя подвести под известный прием, если использованная эвристика заводит в тупик, если использованная теория не позволяет довести решение задачи до конца, необходимо отказаться от намеченного плана и продолжить анализ условия и привлечение новых идей. План указывает лишь общий контур решения задачи.

При реализации плана (3-й этап) решающий задачу рассматривает все детали, которые вписываются в этот контур. Эти детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. Деятельность решающего состоит в применении выделенных эвристик, приемов, правил, определений, и при этом самоконтроль проявляет себя как пошаговый, пооперационный самоконтроль. Пошаговому контролю ученик обучается в рамках формирования различных приемов учебной работы и умственных действий, при обучении использованию определений, правил, теорем.

При этом ученику (решающему задачу) полезно следовать некоторым советам:

- 1). Проверяйте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершен правильно. Иными словами, нужно доказывать правильность каждого шага ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения.
- 2). Обратить внимание учащихся на необходимость выбора такого способа оформления решения, чтобы зафиксировать решение в краткой и ясной форме.

Изучение найденного решения задачи (4-й этап) является необходимой и существенной частью решения задачи. Основным содержанием его должно быть осмысление выполненного решения, формулирование и решение (если это окажется возможным) других задач, явно связанных с решенной, и извлечение из всей проделанной работы выводов о том, как находятся и выполняются решения.

Таким образом, после оформления решения необходимо выявление идей (главной мысли), положенных в основу решения. Решение задачи несколькими способами является одним из путей проверки правильности полученного результата. Важно сопоставление найденных решений, выделение более рациональных и поучительных. Это путь воспитания гибкости математического мышления и находчивости.

На ранее перечисленных этапах решения задачи самоконтроль проявляет себя как естественная неотрывная составляющая поисковой деятельности, которая может и не осознаваться решающим.

Последнему этапу решения задачи - *проверке и исследованию полученного решения* (4 этап) присвоен особый статус этапа, на котором осуществляется самоконтроль.

В методике обучения математике выделены различные формы самоконтроля, проводимые после завершения этапа реализации намеченного плана. Приведем примеры таких форм.

1. Проверка с помощью частного случая. Например, если при решении неравенства получен некоторый числовой промежуток, то можно проверить некоторые конкретные значения переменной из этого промежутка.
2. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи. Например, при нахождении пути значение скорости (км/ч) умножается на значение времени (ч). Умножение наименований должно дать наименование длины (км).

3. Проверка ответа по здравому смыслу. Например, скорость пешехода не может быть равной 15 км/ч, количество рабочих не может быть дробным и т. д.

4. Проверка с помощью грубой прикидки. При этом данные грубо округляются и выясняется порядок возможного результата.

5. Проверка с помощью обратной задачи или с помощью другого способа решения.

6. Проверка текстовых задач, решенных с помощью составления уравнения, по смыслу. При этом необходимо, чтобы все промежуточные величины, зависящие от x , которые появляются в ходе решения задачи, имели бы смысл при полученном значении переменной.

Приведенные формы проверки, (кроме 5), не дают полной гарантии правильно найденного и выполненного решения, но, тем не менее, с ними полезно ознакомить школьников.

Изложенные выше советы для решения задач позволяют решать многие задачи, но, разумеется, не могут служить рецептом для решения любой задачи. Эти советы, многие из которых сформулировал Д. Пойа, правильно ориентируют решающего задачи на поиск решения, сокращают время решения многих задач, повышают вероятность отыскания верного и рационального способа решения задач.

В методической литературе обычно выделяют следующие виды текстовых задач на движение:

- задачи на встречное движение (сближение объектов);
- задачи на движение в одном направлении;
- задачи на движение в разных направлениях;
- задачи на движение по воде (в стоячей воде, по течению реки, против течения реки);
- движение по замкнутой трассе.

Такие типы задач обычно представлены в задании 21 (текстовая задача) проверяет умение строить и исследовать простейшие математические модели. Типичные ошибки: в анализе условий данной задачи, неверной трактовки понятий - время, скорость, расстояние, неумение построения и исследования математической модели по тексту задачи, интерпретации и оценки правдоподобности ответа, вычислительные ошибки. В 5-6 классах ученики уже знакомятся с различными задачами на движения и выполняют их арифметическим способом. Начиная, с 7 класса с учениками рассматриваем различные типы задач на движение: задачи на движение по воде и по суше, задачи на среднюю скорость, движение протяжённых тел и предлагаем различные способы решения. Акцент на построение и исследование математической модели по тексту задачи.

Рассмотрим тип задач: задачи на движение по воде. Необходимо отработать у учеников такие понятия:

- Общая скорость при движении объекта по течению равна сумме собственной скорости и скорости течения.
- Общая скорость при движении против течения – разность собственной скорости и скорости течения.

Пример №1. Баржа прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость баржи в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч.

Составим таблицу по условию задачи, приняв за x км/ч – скорость баржи в неподвижной воде (собственную скорость).

	По течению	Против течения
--	------------	----------------

S , км	24	24
V , км/ч	$x + 2$	$x - 2$
t , ч	$\frac{24}{x + 2}$	$\frac{24}{x - 2}$

Разность во времени при прохождении баржи по и против течения равна 3 часа, значит:

$$\frac{24}{x - 2} - \frac{24}{x + 2} = 3$$

Учитывая, что $x \neq \pm 2$, получаем уравнение:

$$3x^2 - 108 = 0, \text{ откуда } x = \pm 6. \text{ По смыслу задачи } x > 0, \text{ т.е. } x = 6.$$

Ответ: 6 км/ч.

Пример 2. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 14 часов после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Составим таблицу по условию задачи, приняв за x км – расстояние, которое проходит теплоход в одну сторону.

	По течению	Против течения
S , км	x	x
V , км/ч	24	16
t , ч	$\frac{x}{24}$	$\frac{x}{16}$

Общее время теплохода в движении равно $14 - 4 = 10$ часов, значит:

$$\frac{x}{24} - \frac{x}{16} = 10, \text{ откуда } x = 96. \text{ Поскольку в задаче необходимо вычислить все пройденное теплоходом расстояние, получаем } 96 \cdot 2 = 192 \text{ (км).}$$

Ответ: 192 км.

Пример 3. Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Составим таблицу по условию задачи, приняв за x км/ч – скорость моторной лодки в неподвижной воде (собственную скорость).

	По течению	Против течения
S , км	60	60
V , км/ч	$x + 4$	$x - 4$
t , ч	$\frac{60}{x + 4}$	$\frac{60}{x - 4}$

Плот двигался в течение $\frac{36}{4} = 9$ часов, а моторная лодка $9 - 1 = 8$ часов, значит:

$$\frac{60}{x - 4} - \frac{60}{x + 4} = 8$$

Учитывая, что $x \neq \pm 4$, получаем уравнение: $x^2 - 15x - 16 = 0$, откуда $x = 16$. Ответ: 16 км/ч.

○ ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей

На основании выявления проблемных тем по математике за курс основной школы, рекомендуем ИРО, реализующего программы профессионального развития учителей, включать в курсовую подготовку учителя:

- лекционные занятия по методике изучения таких тем, как числа и выражения, уравнение и неравенства, планиметрия, функция, вероятность и статистика;
- практические занятия по решению неравенств (используя различные методы решения, особенно уделять внимание методу интервалов); различных видов уравнений; текстовых задач (составление модели по условию задачи, выполнение математических действий, интерпретация и оценивание полученного результата); геометрических задач (на вычисление, доказательство, особо внимание уделять работе с рисунком); задачи на нахождение вероятности;
- практические занятия по выявленным сложным заданиям Части 2: №20 (решение неравенств), №21 (текстовая задача на движение), №22 (задача с параметром), №23 (геометрическая задача на вычисления), №24 (геометрическая задача на доказательство), №25 (геометрическая задача олимпиадного характера, на нахождения неизвестной величины);
- тренинги для молодых учителей, используя ресурс «Открытый банк заданий ОГЭ. Математика», созданного авторским коллективом ФИПИ с целью подготовки учащихся к итоговой аттестации <http://www.fipi.ru/>;
- использование образовательного портала Учись 33 <https://uchis33.ru/>, обладающий широкими возможностями онлайн-обучения, в течение года проводить консультации для педагогов и обучающихся по подготовке к ОГЭ по математике, а также учебные онлайн-курсы по различной тематике (методы и приемы решения практико-ориентированных задач, уравнений и неравенств, функции и графики, планиметрические задачи).

Темы для обсуждения на методических объединениях учителей математики:

- Технология подготовки к успешной сдаче ОГЭ по математике обучающихся с рисками учебной неуспешности;

- Основные типы заданий Части 1 ОГЭ по математике: способы решения, типовые ошибки»: «Тождественные преобразования рациональных выражений»; «Способы решения рациональных уравнений и их систем»; «Способы решения неравенств и их систем»; «Математическое моделирование при решении текстовых задач»; «Функции и их графики»; «Окружность и ее элементы»; «Прямоугольный треугольник и его свойства»; «Элементы треугольника и их свойства»; «Параллельные прямые»; «Четырехугольники и их свойства»; «Признаки подобия треугольников»; «Равновеликие фигуры»; «Дополнительное построение при решении геометрических задач»; «Вписанные и центральные углы»; «Вписанные и описанные четырехугольники»

- Основные типы заданий Части 2 ОГЭ по математике: способы решения, типовые ошибки»: №20 (решение дробно-рациональных уравнений и неравенств), №21 (различные типы текстовых задач: на движение, проценты, совместную работу и т.п.), №22 (построение графика функции, содержащий параметр), №23 (планиметрические задачи на нахождение неизвестной величины, например, угла ромба, стороны трапеции и т.п.), №24 (планиметрические задачи на доказательство. Например, подобие треугольников) №25 (геометрическая задача олимпиадного характера, на нахождение неизвестной величины);

- Использование в работе учителя перечня проверяемых требований (кодификатор) к метапредметным и предметным результатам (Приказ Министерства просвещения от 09.10.2024 №704)

- Система работы учителя по подготовке обучающихся к успешной сдаче ОГЭ по математике: из опыта работы;

- Методическое сопровождение процесса подготовки обучающихся к итоговой аттестации по математике;

- Составление индивидуально-образовательного маршрута (карты) для обучающегося.

Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки

○ Учителям

С целью организации дифференцированной подготовки обучающихся к экзамену по математике необходимо выявить пробелы в знаниях школьников перед завершением обучения на уровне основного общего образования, т.е. после окончания 8 класса. Для этого необходимо провести диагностическое тестирование с использованием итоговых заданий по курсу математики и заданий открытого банка заданий ОГЭ по математике (ФИПИ). В целях предупреждения неудовлетворительных результатов на ОГЭ рекомендуется совместно с администрацией школы наладить мониторинг промежуточных образовательных результатов (рубежный контроль) обучающихся. В том числе необходимо консультирование родителей выпускников и ознакомление их с промежуточными результатами.

При организации дифференцированного обучения учителям надо иметь ввиду, что по уровню предметной подготовки выделяются три основные группы обучающихся:

– **группа с низким уровнем подготовки.** Обучающиеся этой группы не достигают базового уровня подготовки по математике, то есть их знания не являются системными, содержание основных понятий курса освоено недостаточно. К этой группе можно отнести и обучающихся из группы риска, чьи результаты не являются стабильными в достижении базового уровня;

– **группа с базовым уровнем подготовки.** Обучающиеся этой группы обладают системой знаний, которая позволяет им понимать содержание и область применения основных понятий, решать несложные математические задачи, не сводящиеся к прямому применению алгоритма, способны применять знания и умения в практической ситуации;

– **группы с повышенным и высоким уровнем подготовки.** Обучающиеся этой группы способны решать комплексные задачи, интегрирующие знания из разных тем курса, владеть широким набором приёмов и способов рассуждений, математически грамотно и ясно записывать решения задач, проводя необходимые пояснения и обоснования.

Обучение группы школьников **с низким уровнем подготовки** необходимо связать с проведением коррекционной работы, направленной на ликвидацию пробелов в знаниях и умениях по каждому учебному разделу курса математики основного общего образования, созданием условий для достижения всеми обучающимися базового уровня подготовки по математике. Для достижения поставленной цели учителю необходимо разработать: – систему коррекционных материалов по каждой единице содержания учебного материала, подлежащего повторению или повторного изучению. Эти коррекционные материалы должны содержать следующие разделы: справочные материалы (определения, свойства, правила, теоремы, аксиомы и др.), примеры решения типовых задач, задания для самостоятельной работы. Эталоны для контроля, критерии оценки:

– диагностические работы по каждой единице содержания учебного материалы, подлежащего повторному изучению и изучению нового материала;

– альтернативные материалы – задания, позволяющие достичь планируемых результатов освоения раздела отличающиеся от заданий УМК наличием опор, подсказок, альтернативных способов выполнения задания при освоении нового материала в сотрудничестве с учителем, одноклассниками, организующих тренинг осваиваемых действий;

– средства организации самостоятельной учебной: инструкций, памяток, образовательных маршрутов. Для реализации коррекционной и учебной деятельности обучающихся с низким уровнем подготовки целесообразно использовать: технологии обучения по индивидуальным образовательным маршрутам, технологии формирующего оценивания, технологии полного усвоения знаний.

Обучение группы **с базовым уровнем подготовки** должно быть направлено на создание условий для прочного осознанного освоения учебного материала и достижения всеми обучающимися уровня подготовки по математике, не ниже базового, развития функциональной грамотности, позволяющей осваивать программы профессионального образования. Для достижения поставленной цели педагогам необходимо:

– диагностично формулировать планируемые результаты освоения каждой единицы содержания (раздела, темы, вопроса, вида задания и т.д.) учебного материала и критерии оценки достижения базового уровня освоения этой единицы содержания;

– подготовить КИМ для оценки уровня достижения планируемых результатов освоения программы по данной единице содержания;

– структурировать учебный материал УМК (выделить типы задач) в соответствии с планируемыми результатами освоения данной единицы содержания, целями развития функциональной грамотности, дидактическими задачами (актуализации опорных знаний и опыта, изучения нового материала, применения знаний и способов действий, контроля и оценки, обобщения и систематизации знаний и умений);

– подготовить методические материалы для организации самостоятельной учебной деятельности: инструкции, памятки, и др.

Для реализации учебной деятельности обучающихся с базовым уровнем подготовки целесообразно использовать технологии обучения: формирующего оценивания, коллективного способа обучения.

При работе с обучающимися с рисками учебной неуспешности следует обратить внимание на формирование следующих умений, недостаточную сформированность которых данная группа учащихся продемонстрировала при выполнении заданий экзамена по математике в 2025 году:

- формирование навыков смыслового чтения при работе с математическими текстами и задачами;
- формирование умения пользоваться справочными материалами;
- формирование умения работать с тестовыми заданиями и заполнять бланки ответов;
- формирование умения оценивать результаты выполненных действий с точки зрения реального смысла, проверять на правдоподобность и корректность полученного результата;
- формирование вычислительных навыков, особенно с рациональными числами;
- формирование умения решать типичные линейные и квадратные уравнения и неравенства;
- формирование умения выполнять тождественные преобразования рациональных выражений, особенно приведение подобных слагаемых, применение формул сокращенного умножения;
- формирование умения выполнять расчеты по формулам.

Данной категории обучающихся полезно предлагать подробные алгоритмы выполнения типовых заданий по темам «Арифметические действия с обыкновенными дробями», «Уравнения и неравенства», «Функции и графики», образцы их оформления. При изучении треугольников, четырехугольников следует научить обучающихся из группы риска узнавать вид геометрической фигуры и ее элементы по ее изображению и изображать геометрическую фигуру и ее элементы по их описанию, а также знать и применять основные их свойства. Обратить внимание на изучение окружности и вопросов, с ней. Для этого полезно предлагать решение задач по готовым чертежам, при этом требовать подробную фиксацию и объяснения промежуточных действий в предлагаемом решении.

Обучение группы с **повышенным уровнем подготовки** должно быть направлено на создание условий для развития способностей обучающихся самостоятельно выстраивать новые знания, открываемые при освоении нового учебного материала в систему имеющихся знаний, свободно оперируя системой понятий, методами познаний: сравнением, анализом, синтезом, моделированием, решать предметные задачи повышенного и высокого уровней сложности, учебно-познавательные и практические задачи направленные на оценку функциональной грамотности. Для достижения поставленной цели педагогам необходимо:

- диагностично формулировать планируемые результаты освоения каждой единицы содержания (раздела, темы, вопроса, вида задания, др.) учебного материала и критерии оценки достижения повышенного уровня освоения этой единицы содержания;
- подготовить контрольно-измерительные материалы для оценки уровня достижения планируемых результатов освоения программы по данной единице содержания;
- структурировать учебный материал УМК (выделить типы задач) в соответствии с планируемыми результатами освоения данной единицы содержания на повышенном и высоком уровнях сложности, целями развития математической компетентности и функциональной грамотности, видами деятельности: анализом, синтезом, доказательством, поиском решения, исследованием, моделированием и др.;

– подготовить методические и дидактические материалы для организации самостоятельной учебной деятельности: инструкции, тексты исследовательских задач, учебно-познавательных задач, контекстных задач, задач на межпредметной основе.

Для успешного выполнения заданий с развернутым ответом осуществлять дифференцированный подход в работе с наиболее подготовленными обучающимися. Это относится и к работе на уроке, и к дифференциации домашних заданий и заданий, предлагающихся школьникам на контрольных, проверочных, диагностических работах. При работе с этой группой учеников необходимо и возвращаться к выполнению задач части 1 (чтобы отрабатывать навыки решения задач с кратким ответом).

Для реализации учебной деятельности обучающихся с повышенным уровнем подготовки целесообразно использовать технологии обучения: модульного, проблемно модульного обучения, критического мышления, коллективного способа обучения, решения исследовательских задач, обучения по индивидуальным образовательным маршрутам и др.

Для учеников с **высоким уровнем подготовки** следует уделять больше внимания решению уравнений и неравенств высокой сложности, решению задач по геометрии (задания №22, №25).

Обучающимся с достаточно высоким уровнем математической подготовки и высокими образовательными запросами должна быть обеспечена возможность освоения дополнительного теоретического материала. При решении заданий с развернутым ответом следует ориентировать обучающихся на поиск разных путей решения задачи (в том числе и нестандартных), выбор способов их решения и сопоставление этих способов. Кроме того, нужно постоянно обращать внимание, что при оценивании решения задачи учитывается и логика решения, и аргументация, а не только получение верного ответа. В записи решений к заданиям с развернутым ответом нужно особое внимание обращать на построение чертежей и оформление иллюстраций, лаконичность пояснений, доказательность рассуждений, указание единиц измерения. При работе с задачами части 2 необходимо вести постоянный контроль оформления заданий с развернутым решением.

При работе с обучающимися с высоким уровнем математической подготовки следует обратить внимание на:

- грамотное построение графиков элементарных функций и особенности построения графиков кусочно-заданных функций;
- исследование взаимного расположения графиков линейной и кусочно-заданной функций и грамотное оформление исследования выполненного как аналитически, так и графически;
- решение геометрических задач высокого уровня сложности. Для этого следует познакомить обучающихся с видами дополнительных построений и типичными ситуациями, в которых их целесообразно выполнять при решении задач, в которых основными фигурами выступают треугольники и четырехугольники. Рассмотреть такие способы решения, как введение дополнительной окружности, разбиение задачи на подзадачи. Необходимо увеличить количество задач высокого уровня сложности в период обучения с целью формирования опыта работы с определенными конструкциями задач.

В целях повышения эффективности преподавания курса математики, а также для подготовки обучающихся к ОГЭ руководителям методических объединений учителей математики рекомендуем:

- изучить и проанализировать результаты ОГЭ 2025 г. на заседаниях районных (городских), школьных методических объединений и определить пути организации дифференцированного обучения обучающихся;
- обобщить и распространить опыт работы с учащимися разными уровнями математической подготовки как образовательных организаций в целом, так и отдельных учителей в частности;

– на методических объединениях учителей представлять опыт педагогов, показывающих устойчиво высокие результаты обучения математике;

– проведение консультации по корректровке образовательной деятельности учителя математики с обучающимися по результатам диагностических работ и регионального мониторинга;

– при планировании деятельности методического объединения включить в тематику проблем заседаний рассмотрение следующих вопросов: Сопровождение индивидуальных образовательных траекторий, обучающихся; Совершенствование методик измерения качества и оценки знаний учащихся; Развитие дифференцированного обучения в условиях сетевого взаимодействия.

○ *Администрация образовательных организаций*

На уровне образовательной организации рекомендуется обеспечить проведение следующих основных мероприятий по использованию результатов ОГЭ по математике:

- анализ результатов федеральных, региональных и внутренних оценок;

- корректровка системы внутреннего оценивания результатов ОГЭ;

- работа с обучающимися, в том числе устранения образовательных дефицитов, выявленных у обучающихся при проведении ОГЭ по математике, оптимизация выбора и содержание учебных курсов из части учебного плана, формируемого участниками образовательных отношений, поурочного планирования учебного предмета, планов психолого-педагогической помощи школьникам, испытывающих трудности в освоении основной образовательной программы, корректровка используемых учителями обоснованных форм, методов и средств обучения;

- работа с родителями обучающихся, в том числе знакомство с содержанием образования, используемыми методами обучения и воспитания, образовательными технологиями, а также с оценками успеваемости школьников;

- работа с педагогическим коллективом, в том числе определение направлений методической подготовки учителям математики, имеющим профессиональные проблемы и дефициты в части оценивания результатов обучающихся при проведении оценочных процедур; профессиональная переподготовка учителей, не имеющих специального математического образования; повышение квалификации учителей по освоению продуктивных образовательных технологий при подготовке учащихся к ОГЭ;

– организация в школах занятий и консультаций по математике для учащихся с разным уровнем предметной подготовки;

– работа с образовательной средой: оснащение различными дополнительными материалами в печатном или электронном виде (карты, схемы, таблицы), видео, аудио, электронными книгами и ресурсами Интернета, материалами ФИПИ, специальными онлайн-программами, учебными дисками для занятий, позволяющих осуществлять индивидуальный подход в обучении;

– оценка эффективности принятых мер.

○ *ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей*

На уровне ИРО и иных организаций, реализующих программы профессионального развития, рекомендуется обеспечить проведение следующих основных мероприятий по использованию результатов ОГЭ по математике:

- анализ результатов федеральных, региональных и внутренних оценок;

- разработка плана (дорожной карты) по результатам анализа итогов ОГЭ по математике; сформировать планы мероприятий по повышению качества обучения математики и организации дифференцированного обучения в образовательных организациях муниципальных образований региона;

- организация повышения квалификации управленческих и педагогических работников в части дефицитов, выявленных по результатам анализа; анализ результативности повышения квалификации, при необходимости корректировка дополнительных профессиональных программ, форм и методов обучения. Для учителей математиков образовательных организаций, демонстрирующие низкие результаты ОГЭ, организовать занятия на базе стажировочных площадок региона, провести ряд консультаций, посетить открытые занятия у данных педагогов, с целью оказания методической помощи;

– организовать передачу опыта лучших учителей через проведение мастер – классов, семинаров, круглых столов и т.п. (из опыта работы учителей-практиков);

– при разработке программы наставничества включить отдельным пунктом оказание методической помощи молодым учителям, испытывающим затруднения в повышении качества образования, также при подготовке учащихся к государственной итоговой аттестации.