Титульный лист

призера
регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников
2021 года по экономике

Участник	Класс	Количество баллов
Лахнов К.А.	10	44

Э-10-06

Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

Первый тур. Тест.

Конкурс
закрасьте кружочек

○ **9 класс**
● **10 класс**
○ **11 класс**

Образец заполнения:

1. 1) ○ 2) ●
6. 1) ○ 2) ○ 3) ● 4) ○
11. 1) ● 2) ○ 3) ○ 4) ●
16. 123 ☐

Исправления не допускаются

Задание 1

1.1.	1) ●	2) ○
1.2.	1) ○	2) ●
1.3.	1) ●	2) ○
1.4.	1) ●	2) ○
1.5.	1) ○	2) ●

Задание 2

2.1.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ○
2.2.	1) ○	2) ●	3) ○	4) ○
2.3.	1) ○	2) ●	3) ○	4) ○
2.4.	1) ●	2) ○	3) ○	4) ○
2.5.	1) ○	2) ○	3) ○	4) ●

Задание 3

3.1.	1) ●	2) ○	3) ●	4) ○
3.2.	1) ●	2) ○	3) ●	4) ●
3.3.	1) ●	2) ○	3) ●	4) ●
3.4.	1) ○	2) ●	3) ●	4) ○
3.5.	1) ○	2) ○	3) ●	4) ●

Задание 4

4.1. 100 ☐
4.2. 68 % ☐
4.3. -16 ☐
4.4. 40% ☐
4.5. 40 ☐

Пометки в квадратиках ☐ делать запрещено

Э-10-06

Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

Второй тур. Задачи

Количество задач	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут
Конкурс *закрасьте кружочек*	○ 9 класс ● 10 класс ○ 11 класс

Используйте для записи решений только отведенное для каждого задания место. В случае необходимости попросите дополнительный лист.

Не пишите на листах решений свое имя, фамилию или другие сведения, которые могут указывать на авторство работы.

Задание	5	6	7	8	Сумма
Баллы					

Все поля таблицы заполняются жюри.

Э-10-06

Задание 5

а) В долгосрочном равновесии прибыль фирм будет равняться нулю $\Rightarrow N \cdot TC(q) = Q_0(P) \cdot P$, где $q = Q_0$, N - число фирм

$$\Downarrow$$

$$TC(Q_0) = Q_0^2 + 4 = Q_0(P) \cdot P = (40-P)P$$

Также имеем, что $Q_0 = 40 - P$

$$\Downarrow$$

$$(40-P)^2 + 4 = (40-P)P$$

$$1600 ~~N~~ + P^2 ~~N~~ - 80P ~~N~~ + 4 ~~N~~ = 40P - P^2$$

P - рыночная цена, найдем ее из уравнения:

$$2P^2 - 120P + 1604 = 0$$

$$P^2 - 60P + 802 = 0$$

$$D = 60^2 - 4 \cdot 802 = 192 = 3 \cdot 2^6$$

$$P = \frac{60 \pm 8\sqrt{3}}{2} = 30 \pm 4\sqrt{3}$$

Q_0 - объем в этом равновесии $\Rightarrow Q_0 = 40 - P \Rightarrow$

При $P = 30 + 4\sqrt{3}$, $Q = 10 - 4\sqrt{3}$

При $P = 30 - 4\sqrt{3}$, $Q = 10 + 4\sqrt{3}$

Э-10-06

$$P^2(1+N) - 40P(1+2N) + 1604N = 0$$

б) $Q_1(P) = 400 - P$

$$(400-P)P = N \cdot TC(Q) = N\left((400-P)^2 + 4\right)$$

Задание 6

а) Если фирма не будет уклоняться от уплаты налогов, то она получит чистую прибыль:

$$\pi_0 = (q_d p - 5q_d)\cdot 0{,}8 = ((15-p)p - 5(15-p))\cdot 0{,}8 = (20p - p^2 - 75)\cdot \frac{8}{10}$$

Такую прибыль фирма будет иметь при $20p - p^2 - 75 \geq 0 \Rightarrow$ при $p \in [-40;60]$, но т.к. $p \geq 0$, то $p \in [0;60]$. В этом диапазоне p прибыль положительна

Значит при $p > 60$, прибыль будет отрицательна и равна:

$$\pi = q_d p - 5q_d = 20p - p^2 - 75$$

Максимальная чистая прибыль без уклонения от налогов составит:

Т.к. $p \in [0;60]$, то $\pi = (20p - p^2 - 75)\cdot\frac{8}{10}$. Это парабола с ветвями вниз, ее вершина находится в точке с координатой: $p = 10 \Rightarrow \pi_{max} = (200 - 100 - 75)\cdot\frac{8}{10} = \frac{25\cdot 8}{10} = 20$ д.е

б) Процент суммы прибыли, с которой не будет уплачен налог равен: $\frac{100}{(q_d p - 5q_d)}\cdot X$

Пусть y – доля прибыли, с которой не уплатили налог, тогда $y = \frac{100\cdot X}{q_d p - 5q_d}\cdot\frac{1}{100} = \frac{X}{q_d p - 5q_d}$

Тогда настоящая чистая прибыль со всеми учетами издержек составит:

$$\Pi = (Q_d P - 5Q_d)y + (Q_d P - 5Q_d)(1-y)\cdot\frac{8}{10} - 0{,}01X^2 =$$

$$= \frac{(Q_d P - 5Q_d)X}{Q_d P - 5Q_d} + \frac{(Q_d P - 5Q_d)}{Q_d P - 5Q_d}(Q_d P - 5Q_d - X)\cdot\frac{8}{10} - 0{,}01X^2 =$$

$$= X + \frac{Q_d P 8}{10} - \frac{5Q_d 8}{10} - \frac{8}{10}X - 0{,}01X^2 = \frac{2}{10}X + \frac{8}{10}\left((15-P)P - 5(15-P)\right) -$$

$$- 0{,}01X^2 = \left(\frac{2}{10}X - 0{,}01X^2\right) + \frac{8}{10}(20P - P^2 - 75)$$

Данная функция состоит из двух независимых функций:

1) $\frac{2}{10}X - 0{,}01X^2$ — это парабола с ветвями вниз, ее вершина находится в координате $X = 10$

2) $\frac{8}{10}(20P - P^2 - 75)$ — для это фун-ции максимум считался в решение пункта „а)" ($P_{max} = 10$)

Отсюда имеем, что максимальная чистая прибыль, при отклонение от налогов, с учетом всех издержек:

$$\Pi_{max} = \frac{2}{10}\cdot 10 - \frac{1}{100}\cdot 10^2 + \frac{8}{10}(200 - 100 - 75) = 1 + 20 = 21$$

в) Имеем, что прибыль составит:

$$\Pi = \left((1-z)X - 0{,}01X^2\right) + z(20P - P^2 - 75)$$, где z — доля суммы после отдачи налога.

Тогда гос-во соберет сумму равную $S = (1-z)(20P - P^2 - 75)$

Фун-ция $(1-z)X - \frac{1}{100}X^2$ имеет максимум в точке $X = \frac{(1-z)100}{2} = 50 - 50z$

Задание 7

а.) 1) Сначала посчитаем сумму, которую возможно накопить на $1^{ом}$ вкладе:

Изначальные 500 тыс. руб будут храниться на вкладе 12 месяцев.

Каждая сумма пополнения вклада, делающаяся каждый месяц, будет храниться на вкладе $(12-x)$ месяцев, где x – месяц, в который положили деньги $x \in [0; 11]$

Тогда имеем, что на $1^{ом}$ вкладе можно накопить:

$\left((100r)\% = 1\% \Rightarrow r = \frac{1}{100}\right)$ $500 \text{ тыс. руб} \cdot \frac{1}{100} \cdot 12 + \left(40 \text{ тыс. руб} \cdot \frac{1}{100} \cdot 11 + \right.$

$+ 40 \text{ тыс. руб} \cdot \frac{1}{100} \cdot 10 + \ldots \left. 40 \text{ тыс. руб} \cdot \frac{1}{100} \cdot 1\right) = \frac{500}{100} \cdot 12 + \frac{40}{100}(11+10+9+\ldots 1) \text{ тыс. руб.}$

$= 60 + \frac{4}{10}(6 \cdot 11) \text{ тыс. руб} = 86{,}4 \text{ тыс. руб} = S_1$

2) Аналогично посчитаем сумму, которую можно накопить на $2^{ом}$ вкладе: $S_2 = \frac{500 \cdot 1{,}5}{100} \cdot 12 = 90$ тыс. руб

Заметим, что $2^{ой}$ вклад нельзя пополнять $\Rightarrow$ работаем лишь с 500 тыс. руб

3) $S_2 = 90$ тыс $> S_1 = 86{,}4$ тыс. руб $\Rightarrow$ $2^{ой}$ вклад выгоднее для нас.

б) Исходя из условия имеем, что прибыль на 1ом вкладе составит сумму:

$$S_1 = \frac{M}{100} \cdot 12 + \frac{X}{100} \cdot (11+10+\ldots 1) = \frac{M \cdot 12 + X \cdot 66}{100}$$

Аналогично из условия прибыль на 2ом вклад составит: $S_2 = \frac{M}{100} \cdot 1{,}5 \cdot 12$

Человек открыт пополняемый вклад, если

$$S_1 \geqslant S_2 \Rightarrow \frac{M \cdot 12 + X \cdot 66}{100} \geqslant \frac{M \cdot 1{,}5 \cdot 12}{100}$$

$$\Downarrow$$

$$X \cdot 66 \geqslant \frac{M \cdot 12}{2} \Rightarrow X \cdot 11 \geqslant M \Rightarrow \frac{M}{X} \leqslant 11$$

Т.к. $k = \frac{M}{X}$, то при $k \leqslant 11$, человек открыт 1ый вклад, т.е с возможностью пополнения.

Посчитаем долю людей, открывших 1ый вклад, взяв данные из таблицы:

k	[5;7]	(7;9]	(9;11]	(11;13]	(13;15]
%	10%	20%	30%	30%	10%.

В таблице имеется информация о 100% людей $\Rightarrow$ имеем, что 60% людей открыт вклад с возможностью пополнения.

Задание 8

а) Имеем, что $x_1+x_2=3$, тогда $x_1=3-x_2$

Нам необходимо найти y_1+y_2:

1) $y_1=4-x_1^2=4-(3-x_2)^2=4-9-x_2^2+6x_2=6x_2-x_2^2-5$

Поскольку $y_1\geq 0$, то $6x_2-x_2^2-5\geq 0$

$x_2^2-6x_2+5\leq 0$

$D=36-20=16$

$x_2=\frac{6\pm 4}{2}$ ↗ 5 ↘ 1 $\Rightarrow$ т.к. $y_1\geq 0$, то

$x_2\in[1;5]$

2) $y_2=2-\frac{x_2^2}{8}$

Т.к. $y_2\geq 0 \Rightarrow 2-\frac{x_2^2}{8}\geq 0 \Rightarrow x_2\in[-4;4]$

Объединяя выражения в систему имеем, что $x_2\in[1;4]$

Имеем что $y_1+y_2=6x_2-x_2^2-5+2-\frac{x_2^2}{8}=6x_2-\frac{9x_2^2}{8}-3$

График этой фун-ции парабола с ветвями вниз, ее максимум достигается при $x_2=\frac{8}{3}$, где $x_2\in[1;4]$

$\Downarrow$

Максимальное кол-во плодов, которое может быть собрано на острове, если всего надо добыть 3 ед. мяса, равно

$y=\frac{6\cdot 8}{3}-\frac{9\cdot 8\cdot 8}{8\cdot 3\cdot 3}-3=16-8-3=5$

а) Ответ: 5 плодов

б) Имеем, что $X_1+X_2=5 \Rightarrow X_1=5-X_2$

Тогда посчитаем возможные значения X_2:

$$\begin{cases} y_1 \geq 0 \\ y_2 \geq 0 \\ y_1 = 4 - X_1^2 = 4-(5-X_2)^2 \\ y_2 = 2 - \frac{X_2^2}{8} \end{cases}$$

$\Downarrow$

1) $2-\frac{X_2^2}{8} \geq 0 \Rightarrow X_2 \in [-4;4]$

2) $4-(5-X_2)^2 \geq 0$

$4-25-X_2^2+10X_2 = 10X_2-X_2^2-21 \geq 0$

$X_2^2-10X_2+21 \leq 0$

$D = 100-84=16$

$X_2 = \frac{10 \pm 4}{2} \nearrow 7, \searrow 3 \Rightarrow X_2 \in [3;7]$

Следовательно в системе $X_2 \in [3;4]$

Нам надо посчитать y_1+y_2:

$y_1+y_2 = 2-\frac{X_2^2}{8}+4-25-X_2^2+10X_2 = -19+10X_2-\frac{9X_2^2}{8}$

График этой фун-ции – парабола с ветвями вниз, максимум которой достигается, при $X_2 = \frac{40}{9} \approx 4,(4)$, что не удовлетворяет $X_2 \in [3;4] \Rightarrow$ в нашей системе максимум (y_1+y_2) достигается при $X_2=4$, т.к на участке $X_2 \in [3;4]$ функция монотонно возрастает $\Rightarrow$ на острове может быть собрано максимум $\left(y = -19+40-\frac{9 \cdot 16}{8} = 3\right)$ 3 плода, если нужно добыть 5 ед. мяса